Schulen für Erwachsene

Lehrplan Mathematik

für

Abendhauptschulen

Abendrealschulen

Abendgymnasien

Hessenkollegs

Hessisches
Kultusministerium

Stand 1. Juni 2001

Vorbemerkung

Veränderungen in der Gesellschaft stellen das Fach Mathematik an Schulen für Erwachsene vor **neue Aufgaben**. Mathematik und mathematisches Denken besitzen seit jeher eine große Bedeutung im abendländischen Kulturkreis. Seit Jahrhunderten sind die Naturwissenschaften und auch die Technik die wichtigsten Anwendungsfelder der Mathematik. Heute werden auch in Disziplinen, die früher nur mit sogenannten geisteswissenschaftlichen Methoden arbeiteten, Ergebnisse verschiedener mathematischer Theorien angewendet (Volkswirtschaft, Psychologie, Soziologie u.a.m.). Die objektive Bedeutung der Mathematik und der auf ihr beruhenden Entwicklungen war also noch nie so groß wie heute und nimmt immer noch zu. Zudem ist Mathematik in die Technik, die wir nutzen, sozusagen unsichtbar eingebaut. Das heißt, dass sie sich aus der Sicht des Techniknutzers, scheinbar selbst überflüssig macht, zugleich aber größere Ansprüche an diejenigen stellt, die technische Prozesse verstehen und damit den in hohem Maße technisierten Alltag durchschauen wollen.

Die **Studierendenschaft** der Schulen für Erwachsene hat sich in den vergangenen Jahren sehr verändert. Der Anteil der ausländischen Studierenden hat sich in allen Bereichen beträchtlich erhöht. Die Eingangsvoraussetzungen, welche die Studierenden im Fach Mathematik mitbringen, sind noch heterogener als zuvor. Der Anteil von Studierenden an Abendhaupt und Abendrealschulen hat stark zugenommen. Ihr Ziel ist die Vorbereitung auf eine berufliche Ausbildung, die Qualifizierung für eine berufliche Weiterentwicklung oder der Besuch weiterführender Schulen. Für die Studierenden der Abendgymnasien und Hessenkollegs geht es um den Erwerb der allgemeinen Hochschulreife, aber auch um die Qualifizierung für eine berufliche Weiterentwicklung.

Da sich alle Schulen für Erwachsene mit den dargestellten Herausforderungen und Verpflichtungen konfrontiert sehen, wird hier ein **gemeinsamer Lehrplan** vorgelegt. Auf Grund der beschriebenen Veränderungen kann es dabei nicht einfach um eine Überarbeitung der bisherigen Lehrpläne gehen. Nur so können auch die geänderten schulrechtlichen Voraussetzungen einbezogen werden und der **Auftrag der Kultusministerkonferenz** vom 1. Dez 1995, die Curricula der Gymnasialen Oberstufe weiterzuentwickeln, erfüllt werden.

In diesem Zusammenhang hat **Mathematik** neben den Fächern Deutsch und Englisch eine **herausgehobene Bedeutung**. Neben sprachlicher Ausdrucksfähigkeit, verständigem Lesen fremdsprachlicher Texte ist die Fähigkeit zum Umgang mit mathematischen Symbolen und Modellen grundlegend für geistige Fähigkeiten zum Studieren oder zur Ausübung von Berufen, darüber hinaus aber auch zur Mitwirkung und Teilnahme am Leben in unserer modernen Welt.

Dies gilt in besonderem Maße für die Ausbildungsgänge und Berufstätigkeiten, zu denen eine höhere Schulbildung, Fachhochschulreife oder Abitur, einen Zugang ermöglichen. Für diese ist auch eine **wissenschaftspropädeutische Orientierung des Unterrichts** in der Qualifikationsphase notwendig.

Grundsätzlich richten sich die Anforderungen, die an den Mittleren Schulabschluss im Fach Mathematik gestellt werden nach den „**Standards für den mittleren Schulabschluss** in den Fächern Deutsch, Mathematik und erste Fremdsprache“ gemäß Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 12.5.1995.

Im Zentrum des Plans steht eine **möglichst umfassende Grundbildung** im Fach Mathematik. Er trägt somit zu einer vertieften Allgemeinbildung bei. Er legt die Anforderungen im Fach Mathematik entsprechend den Besonderheiten der Bildungsgänge und der Abschlüsse fest. Er berücksichtigt dabei die rechtlich und institutionell vorgegebenen zeitlichen und organisatorischen Bedingungen. Er trägt der Eigenständigkeit der Schulen für Erwachsene Rechnung, indem er die Heterogenität der Eingangsvoraussetzungen der Studierenden, ihre Berufserfahrung und Berufstätigkeit berücksichtigt. Er ist offen für neue Organisationsmodelle und Weiterentwicklungen der Angebote und Schulprofile an den Schulen für Erwachsene.

Aktuelle Allgemeinbildungskonzepte[1] versuchen, Gesichtspunkte einflussreicher traditioneller Bildungstheorien sowie Einsichten der neueren Diskussion über Bildung und Allgemeinbildung zu berücksichtigen und aufeinander zu beziehen. Maßgeblich für ein modernes schulisches Bildungsprogramm ist die Einsicht in die Unbestimmtheit einer sich beschleunigt entwickelnden Wissensgesellschaft. Die moderne Bildungstheorie konzentriert sich auf die Vermittlung der Voraussetzungen für gesellschaftliche Kommunikation und die Sicherung von Lernfähigkeit. Schulisches Lernen wird nicht mehr gesehen als das Anlegen eines „Vorrats von Bildung“, auf den in Anwendungssituationen zurückgegriffen wird. Nach dem dynamischen Modell der Ergänzung und Erneuerung von Bildung werden auf der Basis eines soliden Wissensfundamentes kontinuierlich neue Erkenntnisse und Fähigkeiten erworben, die für eine erfolgreiche Anpassung an veränderte Umstände nötig sind. Vieles, was später benötigt wird, kann nicht schon jetzt erlernt werden. Erwerbbar sind vor allem die Voraussetzungen zum erfolgreichen Weiterlernen.

Jüngste wissenschaftliche Studien (TIMSS, BLK-Gutachten) gehen von einem solchen erneuerten Allgemeinbildungsbegriff aus und fordern eine **Verbesserung der Unterrichtskultur**, der Art und Weise des Lehrens und Lernens im Mathematikunterricht. Die Ergebnisse der Diskussion um den Stellenwert der Mathematik in der Schule und die Effizienz des Mathematikunterrichts in deutschen Schulen, die im Anschluss an diese Studien geführt worden ist und noch geführt wird, sind hier von Relevanz. Eine Konsequenz dieser Diskussion ist es, eine Überbewertung von Rechentechniken und Algorithmen zu vermeiden und statt dessen mathematisches Denken und die Reflexion über Mathematik stärker zu fördern.

Methodenreflexion, also die Frage nach der Sinnhaftigkeit von Methoden in ihrer Verwertbarkeit zur Lösung realer Probleme ist in der Erwachsenenbildung in besonderem Maße gegenwärtig. Ihre Berücksichtigung stellt nicht nur ein motivierendes Element dar, sondern rechtfertigt auch den Zeitrahmen und den Stellenwert, der dem Fach Mathematik zugebilligt wird. Sie trägt der Tatsache Rechnung, dass seit jeher die Position des Mathematikunterrichts im Spannungsfeld zwischen eigenständiger Geisteswissenschaft und Hilfswissenschaft liegt. Diese Pole spiegeln sich auch in der Entscheidung zwischen Abstraktion oder Konkretheit beim Erlernen mathematischer Sachverhalte im Unterricht. Dabei geht es vor allem um eine Balance zwischen der Förderung abstrakten (mathematischen) Denkens einerseits und der Fähigkeit zur (reflektierten und kritischen) Anwendung von Techniken andererseits.

Der **neue Lehrplan Mathematik** berücksichtigt die zunehmende Bedeutung der Mathematik in vielen gesellschaftlichen Bereichen und die Veränderungen innerhalb der Studierendenschaft und gibt damit Lehrerinnen und Lehrern an den Schulen für Erwachsene in Hessen eine zeitgemäße Grundlage für ihre Arbeit.

Vorbemerkung

Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien

AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS

AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2

Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen

Abitur

[1] z.B. nach H.W. Heymann in „Mathematik allgemeinbildend unterrichten: Impulse für Lehrerbildung und Schule“ / Bd-Hrsg.: Rolf Biehler, Köln 1998

A Mathematikunterricht an Schulen für Erwachsene

A.1 Ziele und Aufgaben

Schulen für Erwachsene bieten jungen Menschen die Möglichkeit, eine fundierte Allgemeinbildung und schulische Abschlüsse nachträglich zu erwerben. Daher streben sie im verbindlichen Bereich ihres Bildungsangebotes die Vermittlung entsprechender Qualifikationen an, sofern diese

- eine erfolgreiche Lebensgestaltung ermöglichen,
- i.d.R. nicht beiläufig ohne systematischen Unterricht erworben werden,
- nicht in zeitlich begrenzten Spezialkursen erworben werden können,
- für Vermittlung in einem systematischen öffentlichen Unterricht geeignet sind.

Vor dem Hintergrund der in der Vorbemerkung bereits angesprochenen aktuellen Allgemeinbildungskonzepte greifen Schulen für Erwachsene die zentralen Aufgaben allgemeinbildender Schulen erneut auf und versuchen kompensativ und vertiefend in folgende Bereiche einzuwirken:

- Fähigkeiten zur Alltagsbewältigung
- Fähigkeiten zur Stiftung kultureller Kohärenz
- Fähigkeiten, die erforderlich sind zur Weltorientierung
- Fähigkeiten zum kritischen Vernunftgebrauch
- Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft
- Einübung in Verständigung und Kooperation
- Ich-Stärkung der Lernenden.

Diese Aufgaben überschneiden sich und stehen teilweise in Spannung zueinander. Sie bieten jedoch einen geeigneten pädagogischen Orientierungsrahmen, um die gängige Praxis des Fachunterrichts kritisch zu reflektieren und Verbesserungsvorschläge zu diskutieren. Für den Mathematikunterricht an SfE lassen sich aus diesem Allgemeinbildungskonzept curriculare und unterrichtsmethodische Folgerungen gewinnen.

1. Mathematik und Alltagsbewältigung

Mathematikunterricht und seine Ziele dürfen nicht verkürzt werden auf den Erwerb des sogenannten bürgerlichen Rechnens, das ein durchschnittlicher Heranwachsender oder Erwachsene für ihren beruflichen oder privaten Alltag benötigen und auch tatsächlich anwenden. Vielmehr geht es um Verfügbarkeit und gründliches Durchdenken lebensnützlicher mathematischer Alltagsaktivitäten wie:

- ◊ Schätzen, Überschlagen, intuitives Erfassen von Größenordnungen
- ◊ Übersetzen von Sachproblemen in einfache mathematische Modelle und umgekehrt
- ◊ Interpretieren und Erstellen von graphischen Darstellungen und technischen Zeichnungen, Verwendung von Mathematik als Kommunikationsmittel
- ◊ Umgang mit statistischen Daten und Interpretation von Wahrscheinlichkeitsaussagen in realen Zusammenhängen
- ◊ verständige Handhabung technischer Hilfsmittel (Taschenrechner, Computer).

Diese sollten im Mathematikunterricht aller Stufen bei steigendem Anspruchsniveau häufiger und intensiver thematisiert und mathematisch reflektiert werden.

2. Stiftung kultureller Kohärenz durch Vermittlung zentraler Ideen[2]

Mathematik hat im Rahmen der Allgemeinbildung nur ihre Berechtigung, wenn sie nicht nur als Sammlung spezieller Techniken, sondern als eine besondere Art des Denkens und Problemlösens von universeller Wirksamkeit erfahren werden kann. Hier kommt der schon seit Jahrzehnten immer wieder diskutierte Gedanke in den Blick, den Mathematikunterricht deutlicher an zentralen Ideen auszurichten, in deren Licht die Verbindung von Mathematik und außermathematischer Kultur exemplarisch deutlich wird. Als zentrale („fundamentale“, „universelle“) Ideen können genannt werden:

- ◊ Idee der Zahl
- ◊ Idee des Messens
- ◊ Idee des funktionalen Zusammenhangs
- ◊ Idee der Wahrscheinlichkeit
- ◊ Idee des räumlichen Strukturierens
- ◊ Idee des Algorithmus
- ◊ Idee des mathematischen Modellierens.

Sie werden gewissermaßen als „Schnittstellen“ zwischen Mathematik und der Gesamtkultur betrachtet, und ihre Bedeutung soll anhand ganz unterschiedlicher mathematischer Themen im Mathematikunterricht illustriert werden. Es muss allerdings gewährleistet sein, dass die zentralen Ideen nicht doch wieder nur fachliche Grundbegriffe verkörpern.

3. Anwenden von Mathematik als Beitrag zur Weltorientierung

„Anwendungsorientierung“ und „Umwelterschließung“ stellen unverzichtbare Elemente eines zeitgemäßen Mathematikunterrichts dar.

Mathematik ist den Sachproblemen nicht immanent, sondern wird vom Menschen an sie herangetragen, um sie einer rationalen Behandlung zugänglich zu machen. Die Idee des mathematisches Modellieren kann helfen, vielfältige mathematische Anwendungen miteinander zu verklammern und den Weltbezug der Mathematik zu verdeutlichen. Nicht „vorgefertigte“ Modelle sind das Entscheidende, sondern Gelegenheiten, Problemsituationen zu modellieren und das Modell und den Modellierungsprozess zu reflektieren. Hierbei lernen Studierende etwas über Mathematik und über den betreffenden Ausschnitt aus der Realität. Mathematik erlaubt es, alltägliche Phänomene „mit anderen Augen“ zu sehen, nämlich im Hinblick auf grundlegende Strukturen. Tritt diese „mathematische Weltsicht“ zu anderen Weltsichten hinzu, wird ein differenzierteres Weltbild gewonnen, verdrängt sie diese, so besteht die Gefahr einer Verarmung, die in „Fachidiotie“ münden kann. Nicht alles, was wichtig ist im Leben, ist mathematisch modellierbar.

Der Unterricht soll also vielfältige Erfahrungen ermöglichen, wie Mathematik zur Modellierung, zur Deutung, zum besseren Verständnis und zur Beherrschung primär nichtmathematischer Phänomene herangezogen werden kann.

4. Verstehen von Mathematik, Denken lernen und kritischer Vernunftgebrauch

Obwohl Mathematik eine von Menschen konstruierte „Wirklichkeit“ darstellt, hat sie keinen willkürlichen Charakter. Sie ist geprägt von dem Bemühen um „Widerspruchsfreiheit, Vollständigkeit und Zulässigkeit ihrer Modelle“ (nach D. Hilbert). Darum ist sie auch im Prinzip verstehbar. Paradoxerweise ist für viele Studierende Mathematik das Fach des unverstandenen Lernens schlechthin. An unverstandener Mathematik lässt sich jedoch weder alltägliches, noch mathematisches, geschweige denn kritisches Denken lernen, das z.B.

[2] Diese Ideen werden im Rahmen von Kapitel A 3 ausführlicher erläutert.

Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

helfen könnte, verwirrende Phänomene des gesellschaftlichen Alltags aufzuklären und Vorurteile durch begründete Urteile zu ersetzen. Wenn Mathematikunterricht zu kritischem Vernunftgebrauch anleiten soll, dann ist Präzisierung und exemplarische Vertiefung wichtiger als äußerliche Beherrschung imponierender Stoffmengen.

Eine wichtige Voraussetzung für Verstehen ist, dass die Lernenden Brücken zwischen ihrem Alltagsdenken und früher Gelerntem und dem von ihnen geforderten mathematischen Denken schlagen können. Erwachsene sehen sich zudem oft mit der nur schwer akzeptierbaren Notwendigkeit konfrontiert, bisher gewohnte Denkweisen und erprobte Problemlösestrategien in Frage zu stellen. Daraus ergibt sich die Chance, bisher Unverstandenes zu bewältigen, so dass ein neuer Blick auf die eigenen Kompetenzen und Fähigkeiten ermöglicht wird. Es sollte daher genügend Zeit und Gelegenheit gegeben werden, den eigenen Verstand aktiv konstruierend und analysierend einzusetzen, um Mathematik zu verstehen und sich ihrer zur Klärung befragenswerter Phänomene bedienen zu können.

Jenseits dieser grundsätzlichen Gewichtung darf die Sicherung eines Mindestkanons - auch teilweise unverstandener - instrumenteller Fertigkeiten nicht aus dem Blick geraten.

5. Soziale und subjektive Momente des Mathematikunterrichts an SfE

Die allgemeinbildende Qualität von Mathematikunterricht ist nicht in erster Linie vom Stoff abhängig, sondern - im weitesten Sinne - von der Methode, von der Art, wie im Unterricht mit dem Stoff und miteinander umgegangen wird und somit von der Unterrichtskultur. Eine an Schulen für Erwachsene angemessene Unterrichtskultur bezogen auf das Fach Mathematik wird in den im folgenden beschriebenen methodisch-didaktischen Grundsätzen konzipiert.

A.2 Didaktisch–methodische Grundsätze

Bei der Umsetzung der Ziele und Aufgaben des Mathematikunterrichts im schulischen Alltag sind neben den Spezifika der verschiedenen Schulformen (s. entsprechende Abschnitte in den Kapiteln B und C) folgende Aspekte zu berücksichtigen:

- die Besonderheiten des schulischen Unterrichts mit Erwachsenen
- anerkannte fachdidaktische Prinzipien
- die Unterrichtskultur (mit den erstgenannten Aspekten verwoben)

Erwachsene sind von ihren bisherigen Lebens-, Schul- und Berufserfahrungen geprägt. Sie bringen vielfältiges Alltagswissen, positive und negative schulische Vorerfahrungen sowie Qualifikationen aus dem beruflichen Bereich in die Schule mit. Der Unterricht sollte diese heterogenen Voraussetzungen berücksichtigen, da sie Interesse oder Desinteresse und stabile Einstellungen zum Fach Mathematik geprägt haben. Eine kritische Reflexion dieser die Lernmotivation beeinflussenden und manchmal hemmenden Faktoren ist Voraussetzung für einen erfolgreichen Mathematikunterricht.

Jeder schulische Unterricht steht vor dem Strukturproblem, eine Balance zwischen enggeführtem, systematischem Lernen in definierten Wissensdomänen und situationsbezogenem Lernen im praktischen Umgang mit lebensnahen Problemen zu finden. Schulisches Lernen mit Erwachsenen muss nicht nur anschlussfähig für zukünftiges Lernen sein, sondern auch Erfahrungen aus unterschiedlichen Lebenskontexten aufgreifen. Neuere Studien haben einige Mängel des herkömmlichen Mathematikunterrichts - wie er in der Regel von den erwachsenen Lernern erlebt wurde - aufgedeckt: Er ist zu sehr an Regeln, Kalkülen und Routinen orientiert, die oft ohne Einsicht angewendet werden, die Leistungsanforderungen sind zu sehr auf kurzfristig in Klassenarbeiten verlangtes reproduktives Wissen ausgerichtet, inhaltliche Aspekte (Begriffsvorstellungen, inhaltliches Argumentieren, verständiges Umgehen mit Realsituationen) kommen im Vergleich zu einem rein verfahrensbezogenen Vorgehen zu kurz, zu wenige Lerner sind wirklich aktiv. Die Schulwirklichkeit war und ist vom Paradigma des lehrerzentrierten, fragend-entwickelnden Unterrichts geprägt. Die Schulen für Erwachsene müssen demnach nicht nur inhaltliche Defizite ausgleichen, sondern auch konzeptionell gegensteuern.

1. Besonderheiten des schulischen Unterrichts mit Erwachsenen

Allgemeine Grundsätze

- Der biografische Hintergrund, das Vorwissen der Lerner und ihre Vorerfahrungen sollen bei der Auswahl der Inhalte und Methoden berücksichtigt werden (**Erfahrungsorientiertheit und Praxisbezug**).
- Die heterogenen Erfahrungen der Studierenden mit Mathematik haben bei den einen Interesse geweckt und positive Grundeinstellungen erzeugt, bei den anderen aber zu Abwehrhaltungen und grundsätzlichen Negativeinstellungen geführt.
  Die Art der Vermittlung der Unterrichtsinhalte (**Unterrichtskultur**) soll die Studierenden in die Lage versetzen, ihre Einstellungen, ihr Interesse und ihre Motivation zu reflektieren und - wenn erforderlich - zu korrigieren (Reflexion der schulischen Erstsozialisation). Negative und positive Vorerfahrungen sollten insbesondere bei der Vorbereitung von Leistungskontrollen berücksichtigt werden. Die Aufarbeitung negativer Affekte kann über eine erwachsenengerechte Herangehensweise an Mathematik (größere Selbsttätigkeit, bessere Begründung von Inhalten usw.) und die Ermöglichung von Erfolgserlebnissen gefördert werden.
- Unterschiedliche Lernvoraussetzungen der Studierenden sollen durch kompensatorische Maßnahmen möglichst ausgeglichen werden (**Kompensation**).
- Der Mathematikunterricht an den Schulen für Erwachsene sollte unter Berücksichtigung der Interessenheterogenität und der Möglichkeiten der jeweiligen Schulform die **berufliche Vorbildung** der Studierenden einbeziehen (Referate, Ausarbeitungen, Exkursionen) und Kontakte zum beruflichen und/oder universitären Umfeld anbahnen (**Öffnung der Schule**).
- Ausgehend von einem dynamischen Modell der kontinuierlichen Ergänzung und Erneuerung von Bildung hat der Unterricht die Aufgabe, ein **Wissensfundament** zu legen, das nicht zu sehr auf Vorratshaltung, sondern auf die Anschlussfähigkeit für nachfolgendes Lernen hin konzipiert ist und Orientierungshilfen liefert. Der Aufbau der fachlichen Inhalte darf nicht zu einer Stoffhäufung führen. Es gilt das **Prinzip des exemplarischen Lernens**, das sich auf wesentliche, repräsentative und bedeutsame Fachinhalte beschränkt, die geeignet sind, übertragbare Kenntnisse und Fertigkeiten zur Geltung zu bringen.

Subjektorientierte Grundsätze

- Während für eine große Gruppe von Studierenden die Erreichung eines bestimmten Bildungsabschlusses als Mittel zum sozialen Aufstieg und/oder zur beruflichen und persönlichen Umorientierung im Vordergrund steht, begreift eine wachsende Zahl von Studierenden die Zeit an einer Schule für Erwachsene auch als Chance zur **Persönlichkeitsentwicklung** und zur **Ich-Stärkung**. Der Unterricht sollte also die Entwicklung von Selbstbewusstsein, Selbstvertrauen, personale Identität und die Fähigkeit fördern, eigene Ziele, Wünsche und Vorstellungen klar zu erkennen und handelnd zu verwirklichen sowie mit den erfahrbar gemachten eigenen Stärken und Schwächen realistisch umzugehen.
- Der Unterricht sollte in zunehmendem Maße **verständnisvolles Lernen** fördern. Dies ist immer ein individueller Konstruktionsprozess, der maßgeblich durch das verfügbare Vorwissen und den dadurch beschriebenen Verständnishorizont beeinflusst wird. Bei steigender Schwierigkeit und Komplexität der kognitiven Anforderungen von Aufgaben und Problemstellungen nimmt die Bedeutung des spezifischen Vorwissens für de-

ren erfolgreiche Bearbeitung zu. Fehlt dieses Wissen, entscheiden die allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten über die Qualität der Problemlösung. Der Unterricht sollte deshalb auf eine solide Wissensbasis Wert legen, um in einem langfristigen Prozess intelligentes Wissen aufzubauen. Entsprechende Defizite sind insbesondere bei lernschwächeren Personen die größten Hindernisse für befriedigende Lernfortschritte.

- Der Vermittlung von Lern- und Arbeitstechniken, vor allem solcher, die Grundlage **selbständigen und selbsttätigen Arbeitens** sind (Partner- und Gruppenarbeit im Unterricht, Erarbeitung und Vortrag von Referaten, Anfertigung von Facharbeiten), kommt eine grundlegende Bedeutung zu.
- Teil einer zukunftsorientierten Allgemeinbildung sind auch **Fähigkeiten der Selbstorganisation und Selbstregulation des Lernens** einschließlich der Bereitschaft, selbständig weiterzulernen, und der Fähigkeit, Durststrecken im Lernprozess zu überstehen. Der Unterricht sollte schulformgemäß Oasen für die Ausgestaltung dieser metakognitiven Kompetenzen und motivationalen Orientierungen schaffen. Zwischen der Selbstwahrnehmung und Selbstregulation des Lernprozesses und dem Lernerfolg besteht eine positive Beziehung. Die zur Selbstwahrnehmung notwendigen Strategien, wie die bewusste Anwendung von Lernstrategien (z.B. reziprokes Lernen) und Heuristiken, die Planung von Arbeitsschritten, die Durchführung von Arbeitsrückblicken (z.B. Lernjournale), die Überprüfung des Lernerfolges, die Reflexion der Lernleistung und des Lernprozesses sollen im Unterricht eingeübt werden. Diese Strategien werden behalten und angewandt, wenn die Lernenden erfahren haben, wie, wann, wo und warum sie von Vorteil sind (Kompetenzzuwachs). Die Studierenden werden dadurch in die Lage versetzt, Verantwortung für das eigene Lernen zu übernehmen und auch unabhängig von den Lehrenden erfolgreich zu lernen.

Soziale Grundsätze

- Die Organisation des Unterrichts soll sich an den **Prinzipien der Verständigung und der Kooperation innerhalb der Lerngruppe** orientieren. Partnerschaftliches Lernen mit reziproker Rollenverteilung oder auch die Bildung von Lerngemeinschaften sind Beispiele, wie die Studierenden mehr Verantwortung für den Lernprozess in der Gruppe übernehmen und den Lernerfolg der einzelnen Gruppenmitglieder fördern helfen können. Der Unterricht sollte hinsichtlich der Inhalte, Methoden und Ziele durchschaubar sein und auch **Elemente der Partizipation** von Studierenden an Unterrichtsentscheidungen zulassen. Jedoch führt in der alltäglichen Unterrichtspraxis nicht nur ein einziger methodischer oder didaktischer Weg zum gewünschten Ziel. So belegen Studien über den Mathematikunterricht auch die Lernwirksamkeit und häufig die Überlegenheit eines anspruchsvollen lehrergesteuerten, störungspräventiven, aufgabenorientierten und klar strukturierten Unterrichts, in dem die verfügbare Zeit intensiv für Aufgaben genutzt wird, das Interaktionstempo aber gemäßigt bleibt, so dass Studierende Zeit zum Nachdenken und Spielraum für die Entwicklung eines eigenen Gedankenganges finden.
- Gerade Studierende sollten in der Schule die Möglichkeit zur **Übernahme von Verantwortung für den Lernprozess und auch für Mitstudierende** haben. Frühere negative Erlebnisse mit hochgradig fremdbestimmtem Lernen und Zusammenarbeiten können im Fachunterricht relativiert werden. Die Erfahrung, dass man durch selbstbestimmte Kommunikation und Kooperation (gegenseitiges Fragen, Erläutern, Erklären) für die Gruppe und auch für sich selbst Vorteile erlangt, gehört zu den wichtigen, aber oft nur sekundär erlebten Wirkungen des schulischen Unterrichts mit Erwachsenen.

2. Fachdidaktische Prinzipien

Konzeptionelle Grundsätze

- Der Mathematikunterricht an den Schulen für Erwachsene muss an die **Vorkenntnisse** der Studierenden anschließen, diese produktiv für den weiteren Lernprozess nutzbar machen oder diese auch in Frage stellen. Die Reflexion über falsch oder unzureichend gelernte Begriffe, Verfahren und Lösungsstrategien ist oft eine wichtige Voraussetzung für erfolgreiches Weiterlernen.
- Viele Studierende haben Probleme, mathematische Aufgaben zu bewältigen, , weil sie diese nicht in Bezug setzen können zu ihrer Alltagswelt. Die Erfahrung der fehlenden oder schwachen Anwendbarkeit hat sich bei erwachsenen Lernern oft verfestigt und zur Kultivierung von Negativeinstellungen geführt. Deshalb sollte es ein wichtiges Anliegen des Mathematikunterrichts an den Schulen für Erwachsene sein, möglichst **wirklichkeitsnah und in nachvollziehbaren Anwendungszusammenhängen** zu arbeiten. Wirklichkeitsnah bedeutet, den Alltag einzubeziehen, Situationen aus der Lebensumwelt der Studierenden zu thematisieren, auf mathematische Gehalte zu untersuchen und Gelerntes in realen Situationen zu benutzen (praktischer Nutzen). Lernen in nachvollziehbaren Anwendungszusammenhängen meint einerseits, Erfahrungen von Studierenden aufzugreifen und andererseits Voraussetzungen zu schaffen, die es ermöglichen, sich neue Erfahrungen mit Hilfe mathematischer Einsichten aktiv zu erschließen, um zu einem vertieften Verständnis unserer technisierten Welt zu gelangen. Hierbei kommt einer auszubildenden **modelltheoretischen Sichtweise** besondere Bedeutung zu. Die Prüfung, wieweit das mathematische Modell der betrachteten Sachsituation bzw. dem Ausgangsproblem gerecht wird, lässt sich nicht mit innermathematischen Mitteln leisten. Eine Verzahnung mit dem Alltagswissen und fachübergreifenden Aspekten ist hierbei erforderlich.

  Nicht alle Aufgabenstellungen lassen sich an Anwendungen orientieren, manche dienen vor allem der **Vermittlung der Struktur der Mathematik**. Dem Mathematikunterricht stellt sich somit die Aufgabe, die Struktur der Mathematik, Lernererfahrungen sowie Anwendungszusammenhänge zu verbinden. Durch eine kritische Reflexion der angewandten Verfahren und gewonnenen Ergebnisse in Bezug auf die Ausgangssituation erfahren die Studierenden sowohl Möglichkeiten als auch Grenzen mathematischer Verfahren zur Bewältigung von Problemen. Anwendungsorientierung lässt sich nicht erschöpfend durch in Sachzusammenhänge "eingekleidete" innermathematische Aufgaben erreichen. Bei solchen Textaufgaben können die Studierenden aber ermutigt werden, die zugrundeliegenden impliziten Modelle zu explizieren; auf ihre Sachangemessenheit zu untersuchen; durch alternative Modelle zu ersetzen und zu prüfen, ob und wie sich die Lösungen dadurch ändern.
- Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten sollen im Mathematikunterricht möglichst oft durch **entdeckendes, anschauungsgebundenes und handlungsorientiertes Lernen** erworben werden.

  Konkrete Handlungen und der Umgang sowie die Auseinandersetzung mit Gegenständen und Sachverhalten verschiedenster Art sollen immer wieder zum Ausgangspunkt für die Entwicklung mathematischer Begriffe, Denkweisen und Verfahren gemacht werden. Es geht darum, dass Studierende - wann immer möglich - selbständig Gesetzmäßigkeiten und Lösungswege entdecken, dass ihre Phantasie angeregt wird, dass sie Gelegenheit zum Probieren, Vermuten, Entdecken, Argumentieren, Begründen haben; sie sollen lernen, Fragen und Lösungsstrategien zu entwickeln und zu formulieren. Deshalb ist es notwendig, dass im Mittelpunkt eines Lernprozesses **ein Problem** (Sachproblem oder innermathematische Fragestellung) steht, das die Studierenden motiviert, sich mit dem Gegenstand auseinander zusetzen. Ihre Lernautonomie und der Realitätsbezug können durch die **Bearbeitung von Projekten**, bei denen die Mathematik zu anderen Fächern in Bezug gesetzt wird, hergestellt bzw. gefördert werden.

- Mathematik ist traditionell die **Sprache** von Naturwissenschaft und Technik, inzwischen ist sie aber auch in viele andere Disziplinen (Psychologie, Wirtschaftswissenschaften, Medizin usw.) eingedrungen. Durch Computer wurden die Anwendungsmöglichkeiten der Mathematik und ihrer Methoden in unserer Zeit enorm erweitert, sie haben aber auch zu einer Verschiebung der gesellschaftlichen Bedeutung von Mathematik geführt: Während in der Schulmathematik das Abarbeiten von Algorithmen traditionell stark im Vordergrund steht, Mathematik eher als Werkzeug gebraucht wird, ist die Mathematik im gesellschaftlichen Umfeld als Kommunikationsmittel bedeutsamer geworden. Der Mathematikunterricht soll deshalb in die Verwendung der Fachsprache unter angemessener Berücksichtigung des individuellen Sprachverhaltens einführen.
  Die Studierenden sollen zunächst ihre mathematischen Erfahrungen und Einsichten in ihrer eigenen Sprache äußern und unter Anleitung die Merkmale der Fachbegriffe allmählich herausarbeiten. Bei der Neueinführung mathematischer Inhalte und Begriffe sollten deshalb umgangssprachliche Formulierungen und Fachsprache längere Zeit gleichwertig nebeneinander gebraucht werden, damit die Studierenden im Wechsel von bekannter und neuer Bezeichnung Gelegenheit zur Aneignung der Fachsprache entsprechend ihrem Lerntempo und ihrem individuellen Sprachverhalten haben.
- Die Studierenden müssen als Grundlage für Anwendungen über die erforderlichen mathematischen Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verfügen. Dies umfasst, dass sie geometrische, grafische, numerische und algebraische Begriffe und Verfahren sachgerecht einsetzen und in ihrer Bedeutung verstehen. Der Mathematikunterricht steht dabei vor einem **Grundproblem**: Charakteristisch für Mathematik ist das stete Suchen nach Verallgemeinerung und begrifflicher Fundierung und in der Folge nach Effektivierung der gebildeten Begriffe und Verfahren. Diese Tendenz führt aber dazu, dass durch die fortwährende mathematische Bearbeitung bestimmte Klassen von Problemen schließlich optimalen Lösungen zugeführt werden. Damit werden diese Problembereiche erledigt, erscheinen gewissermaßen "trivialisiert". Was bleibt, sind die fertigen Begriffsstrukturen und Lösungsverfahren.
  Diese der Mathematik inhärente **Dialektik von Fundierung und Trivialisierung** bildet sich als Grundproblematik des Mathematikunterrichts in der Schule ab: Diejenigen Stoffbereiche und Probleme, die im Schulunterricht behandelt werden, sind durch erprobte, abgesicherte und leistungsfähige Begriffe und Verfahren abgedeckt. Dies fördert aber Tendenzen, im Mathematikunterricht eben die fertigen Verfahren selbst direkt und möglichst effektiv auch im Hinblick auf Prüfungsleistungen anzustreben. Die mathematische Darstellung selbst erscheint dann als optimale Lehrstruktur. Verständnisorientiertes Hinführen zum mathematischen Denken kann aber nicht die Endprodukte zum Ausgangspunkt nehmen, sondern muss die Entwicklungen zu diesen hin zum Ziel haben: **Verständnisorientiertes Durchdringen** ist die Grundlage für das Automatisieren hinsichtlich der Beherrschung von Verfahren. Entwickeln von Gedanken auf unterschiedlichen Niveaus, aber nicht Nachvollziehen muss Ziel sein hinsichtlich der Aneignung von Kompetenzen; beziehungsreiches Denken sowie Verständnis für Modellbildung statt kritikloser Regelanwendung müssen gefördert werden in Hinblick auf mathematische Anwendungen.
  Für eine verständnisorientierte Einführung in mathematisches Denken ist somit eine kleinschrittige Methodik im Unterricht, die entlang einer vorgegebenen Stoffsystematik eine Engführung der Lernenden betreibt, ungeeignet.
- Der allgemeinbildende Mathematikunterricht kann einen entscheidenden Beitrag zur **kulturellen Kohärenz** im Sinne der Teilhabe an der mathematischen Alltagskultur

leisten, indem die besondere Universalität der Mathematik und ihre Bedeutung für die Gesamtkultur anhand der in Abschnitt A.1 vorgestellten **zentralen Ideen** bei der Auswahl der Inhalte exemplarisch berücksichtigt werden. Die einzelnen Sachgebiete sollten nicht als relativ in sich geschlossene Einheiten unterrichtet werden, die kaum aufeinander aufbauen und deshalb ein systematisches Wiederholen und Vernetzen der Inhalte nicht fördern. Zentrale Ideen können bei der **Organisation kumulativen Lernens** Leitfäden sein. Voraussetzung für das Erfahren von Kompetenzzuwachs seitens der Studierenden ist eine kohärente und kumulative Sequenzierung des Lehrstoffs. Der Unterricht gewinnt Kohärenz durch vertikale Verknüpfungen, die zwischen früheren, aktuellen oder auch zukünftigen Lerninhalten hergestellt werden. Eine Zusammenarbeit und Abstimmung im Rahmen der Fachkonferenzen ist hierfür erforderlich.

- Eine bereits erwähnte wichtige Voraussetzung zum Lösen von Anwendungsproblemen ist die Verfügbarkeit von rechnerischen, algebraischen und geometrischen Grundlagen. Daher gehören **Üben und Wiederholen** als Unterrichtsprinzip zum Mathematikunterricht. Die Übungen sollten abwechslungsreich gestaltet sein und zeitlich nicht zu sehr ausgedehnt werden. Kurze, über einen längeren Zeitraum verteilte Übungen sind meist erfolgreicher als langes Üben des gleichen Sachverhalts. Möglichkeiten der Selbstkontrolle sollten so oft wie möglich angeboten werden, da sie die Selbständigkeit der Studierenden fördern und Zeit für die individuelle Betreuung einzelner eröffnet. Das Wiederaufgreifen auch schon länger zurückliegender Inhalte sollte häufiger systematisch in Übungsphasen eingeplant werden, damit beziehungsreiche Vernetzungen und Assoziationen hergestellt werden können. Das Üben sollte auch häufiger das Modifizieren von Lösungsstrategien beinhalten und deren Vielfalt aufzeigen.
- Die komplexen Strukturen und Vernetzungen in allen Bereichen von Gesellschaft, Wissenschaft und Technik erfordern in zunehmendem Maß ein Denken in übergreifenden Zusammenhängen. Deshalb müssen den Studierenden im Mathematikunterricht immer wieder ganzheitliche Erfahrungen ermöglicht werden. Indem auch an den Mathematikunterricht der Anspruch gestellt wird, zur Bewältigung von Lebenssituationen beizutragen, darf er nicht vorrangig auf eine Anhäufung von isoliertem Einzelwissen abzielen, sondern muss Einsichten in Zusammenhänge entstehen lassen.
  Dies kann durch die Behandlung von Anwendungsbeispielen aus anderen Fächern im Mathematikunterricht geschehen, aber Mathematik eignet sich wegen ihrer Universalität in besonderem Maße auch für die **Zusammenarbeit mit anderen Fächern**. Neben einer quantitativen Erfassung von Gegenstandbereichen aus z.B. Physik, Informatik und Sozialwissenschaften spielt die Mathematik bei der Modellierung von Sachverhalten und der damit verbundenen Entwicklung gesetzmäßiger Eigenschaften eine große Rolle. Fachübergreifendes und fächerverbindendes Lernen kann dazu beitragen, Fragestellungen inhaltlich anzureichern und eine ganzheitliche Herangehensweise an Probleme zu fördern. Darüber hinaus können mathematische Begriffe und Verfahren, die in anderen Fächern benötigt werden, besser motiviert werden.

Subjektorientierte Grundsätze

- Der Mathematikunterricht hat die Aufgabe, **allgemeine geistige Fähigkeiten** - wie reproduktives, strukturierendes, transferierendes, kritisches und kreatives transferierendes Denken - zu entwickeln und zu fördern. Die in Anwendungsbezügen genutzten Verfahren sollen so weit bewusst gemacht und verinnerlicht werden, dass sie auf das Verhalten in allgemeinen Problemlösesituationen übertragen werden können. Mathematische Denkleistungen im Unterricht (z.B. sichere Beherrschung von Begriffen und Algorithmen, Erörterung und Anwendung von Lösungsstrategien, Erkennen der Beweisbedürftigkeit von Aussagen, Entwicklung, Prüfung und Präzisierung von Beweisen , Herstellung von Querverbindungen zu anderen Problembereichen) sollen sich auf die allgemeine Praxis des Denkens positiv auswirken. Entscheidend für einen möglichen Transfer der Denkleistungen ist, dass er bewusst angestrebt und durch geeignete unterrichtliche Maßnahmen unterstützt und gefördert wird. Auch Aspekte mathematischer Ästhetik wie argumentative Klarheit, Symmetrie, Rekursivität usw. sollten im Unterricht vermittelt werden.

- Lernen ist eine Aktivität der Lernenden selbst und nicht eine passive Übernahme von Informationen. Insofern können die Lehrenden Hilfestellungen geben, aber nachhaltige Lernleistungen können nur erzielt werden, wenn die Eigenaktivität der Studierenden im Unterricht angeregt wird. Es gilt, kognitive Strukturen in der **konstruktiven Auseinandersetzung mit ausgewählten Sachverhalten und Zusammenhängen** so aufzubauen, dass sie autonomes Lernen und Problemlösen ermöglichen. In diesem Zusammenhang spielt der **Umgang mit Fehlern** im Mathematikunterricht eine besondere Rolle. Zwar kann die fehlerfreie Lösung einer Aufgabe Zeichen für den erfolgreichen Abschluss eines Lernprozesses sein, beim Lernen selber jedoch sollte man die konstruktive Bedeutung von Fehlern beachten. Die ängstliche Vermeidung von Fehlern, die oft aus Prüfungssituationen in den Unterricht übertragen wird, kann die Bewältigung einer Problemstellung eher behindern als fördern. Gerade die Tatsache, einen Fehler erkannt zu haben, ist eine Lerngelegenheit. Sie kann tiefere Einsicht in die Zusammenhänge vermitteln, Quelle neuer Erkenntnisse sein und zum Ausgangspunkt für weiteres Lernen werden. Lernen aus Fehlern setzt voraus, dass Fehler thematisiert werden - bei geübten Lernern häufig durch Selbstkontrolle, im Unterricht in der Regel über Rückmeldung durch andere - und dass es Gelegenheit zum Einhalten und Nachdenken über die Genese und Logik des Fehlers gibt. Fehler sind zunächst individueller Natur und in ihrer möglichen Zahl unbegrenzt. Bestimmte, fachlich nicht angemessene Vorstellungen von Phänomenen und deren Zusammenhängen treten in Abhängigkeit vom Vorwissen und Lernstand der Studierenden in einzelnen Sachgebieten besonders häufig auf. Mathematische Alltagsvorstellungen von Studierenden, die sich durch eine gemeinsame "Fehlerlogik" auszeichnen, sind für eine produktive Nutzung im Unterricht besonders geeignet. Hierbei unterscheiden sich Lernsituationen deutlich von Leistungssituationen. Während für gelingende Lernprozesse ein explorativer Umgang mit eigenen Fehlern charakteristisch ist, versucht man in Leistungssituationen einem subjektiv anerkannten Gütemaßstab zu genügen und Fehler nach Möglichkeit zu vermeiden. Der Unterricht sollte diese Differenzierung bewusst machen, aber auch das Erkennen von Fehlern in Leistungssituationen honorieren.

Soziale Grundsätze

- Zu den bereits erwähnten Aspekten der Unterrichtskultur eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts gehört ferner, dass die Studierenden nicht nur vorwiegend über den Lehrer (den mathematischen Experten), sondern auch **direkt miteinander kommunizieren**.
- Den Studierenden sollte genügend Gelegenheit gegeben werden, etwa in Verbindung mit Partner- und Gruppenarbeiten, in offenen Problemsituationen **Mathematik kooperativ zu betreiben** und gemeinsam nach Lösungen zu forschen. Über das, was man mathematisch tut, sollte gemeinsam reflektiert werden. Auf diese Weise können die scheinbaren Selbstverständlichkeiten und Konventionen der schulmathematischen Standardwege auch einmal hinterfragt und angezweifelt werden. Fragen nach **Sinn und Bedeutung der thematisierten Mathematik** können somit ausgesprochen und diskutiert werden.
- Im mathematisch-naturwissenschaftlichen Bereich (ausgenommen Biologie) zeichnen sich im Lauf der Pflichtschulzeit beträchtliche **Interessen- und Leistungsunterschiede zwischen den Geschlechtern** ab. Für Mathematik und Naturwissenschaften interes-

Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

sieren sich Mädchen im Mittel deutlich weniger als Jungen. Dieser Unterschied wird jedoch nicht durch Geschlechterdifferenzen in kognitiven Fähigkeiten bedingt. Im Unterricht mit Erwachsenen sollten entsprechende zurückliegende Erfahrungen gemeinsam reflektiert werden und die Unterrichtsgegenstände so ausgewählt werden, dass sie nicht einseitig geschlechtsspezifische Interessen fördern.

Unterrichtsmedien

- Ein sich an realen Lebenssituationen orientierender Mathematikunterricht schließt auch die Nutzung neuer **Medien und Technologien** ein. Der Umgang mit fachübergreifend einsetzbarer Software und mit neuen Informations- und Kommunikationstechniken verdeutlicht den Studierenden, wie diese Werkzeuge und Hilfsmittel in den verschiedensten Bereichen zur Problemlösung eingesetzt werden können, welcher Nutzen daraus zu ziehen ist und welche Gefahren unter Umständen damit verbunden sind. Vernetztes Denken wird insbesondere dadurch gefördert, dass durch die **Möglichkeit des Computereinsatzes** auch Vorgänge in komplexeren Systemen und Strukturen modelliert und simuliert werden können. So werden über die fachlichen Grenzen hinaus Fragen nach Sinn und Verantwortbarkeit wirtschaftlich-technisch bestimmten Handelns aufgeworfen.
- Der Computer kann ferner als didaktisches Werkzeug, als Hilfsmittel zur Lösung numerischer und algebraischer Aufgaben und als Anreiz, sich mit Algorithmen zu beschäftigen, eingesetzt werden.

A.3 Zentrale Ideen im Mathematikunterricht

Den ***zentralen Ideen*** (vgl. Kapitel A.1) kommt eine doppelte Funktion für die didaktische Konzeption zu:

Die zentralen Ideen stellen gleichsam „rote Fäden“ dar, die die mathematischen Einzelstoffe der unterschiedlichen Schulstufen miteinander verbinden. In dieser Funktion können sie verhindern helfen, dass die zu lernende Mathematik für die Studierenden in isolierter Begriffe, Spezialkenntnisse und Techniken auseinander fällt. An ihnen lässt sich verdeutlichen, wie die Schulmathematik in sich **vernetzt** ist.

Darüber hinaus lässt sich anhand der zentralen Ideen zeigen, wie mathematische und außermathematische Kultur miteinander **verknüpft** sind. Die aufgeführten zentralen Ideen leiten sich her von mathematischen Uraktivitäten, die das **Strukturieren**, **Ordnen** und **Gestalten** verschiedenartiger Probleme erlauben und die sich in entwickelten Gesellschaften notwendigerweise stellen. So kann die unterrichtliche Orientierung an diesen Ideen die Einsicht fördern, dass Mathematik insgesamt als eine Antwort intelligenter Wesen auf die Herausforderungen ihrer natürlichen und gesellschaftlichen Umwelt verstanden werden kann.

Die Orientierung an zentralen Ideen bedeutet nicht, diese ständig und ausdrücklich zu Unterrichtsgegenständen zu machen. Vielmehr dienen sie als **Leitlinien**, über Sinn und Bedeutung, kulturellen Stellenwert und innermathematischen Zusammenhang der jeweils anstehenden mathematischen Themen zu reflektieren.

Idee der Zahl

Unsere Alltagskultur ist auf vielfältige Art und Weise von der Idee der **Zahl** durchdrungen und bestimmt. Es führt eine Kette vom naiven Umgang mit Zahlen über deren **axiomatische Begründung** bis zu den Sätzen der Zahlentheorie.

Eine Aufgabe des Mathematikunterrichts ist es, zur Reflexion über diese weit reichende Bestimmtheit durch Zahlen anzuregen. Im Unterricht kann die zentrale Idee der Zahl unter mehreren Aspekten beleuchtet werden. So kann von Problemen ausgegangen werden, die es notwendig machen **Abzählverfahren** zu entwickeln. Die Reduktion des Problems auf kleine **Anzahlen**, das Ausprobieren, das Herausarbeiten von Regelmäßigkeiten, das Aufstellen von **Berechnungsformeln** und der Nachweis ihrer Allgemeingültigkeit führen zum Erwerb grundlegender Kompetenzen beim Abzählen großer Mengen.

Die Idee der **Zahlbereichserweiterung** kann die verbindende Klammer für die Behandlung bzw. Wiederholung der Brüche, der ganzen Zahlen und der reellen Zahlen sein.

Der Umgang mit sehr großen und sehr kleinen Zahlen und die **Unendlichkeit** bieten die Möglichkeit, den Studierenden die Reichweite der Idee der Zahl zu verdeutlichen.

Die Einführung des **Grenzwertbegriffs** stellte einen großen Sprung in der Entwicklung hin zur modernen Mathematik dar. Schon die Möglichkeit, eine Zahl zwar nicht exakt, mit Hilfe eines Näherungsverfahrens, aber beliebig genau angeben zu können, kann ein Nachdenken über die Notwendigkeit zur Erweiterung der Zahlbereiche einerseits und zur Präzisierung des Grenzwertbegriffs andererseits anregen. In der Qualifikationsphase wird die Idee der Zahl durch die Betrachtung der Grenzprozesse des Differenzenquotienten und in der Integralrechnung vertieft.

Vorbemerkung

Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien

AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS

AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2

Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen

Abitur

Idee des Messens

Das Bedürfnis, Eigenschaften von Dingen, von Zuständen und Entwicklungen mit unseren eingeschränkten Sinnen zu erfassen, quantitativ zu beschreiben und damit zu messen, entsteht aus den verschiedensten Gründen:

- Es sollen Eigenschaften in räumlich oder zeitlich auseinander liegenden Situationen miteinander **verglichen** werden.
- Es sollen umfangreiche Datenmengen zusammengefasst werden, um sie einer **Analyse** und einer **Bewertung** zugänglich zu machen.

Im weiteren Sinne treffen wir Probleme des Messens aber auch immer dann an, wenn beliebige Sachverhalte zur Bearbeitung mit **elektronischen Hilfsmitteln** aufbereitet werden sollen (z.B. beim Digitalisieren).

Vernünftiges Messen zeigt auch immer die Grenzen des Messens auf: Nur wenige Eigenschaften können sinnvoll quantifiziert werden. Jeder Messvorgang kann nur einen Teilaspekt der Realität einfangen und kann daher auch nur zu einer Teilaussage über Realität führen. Reales Messen ist mit **prinzipiellen Fehlern** behaftet, die auch die Folgerungen ungenau machen und zu Überlegungen führen, in welchen Fehlergrenzen Folgerungen richtig sind.

Im Mathematikunterricht hat das Messen eine lange Tradition. Über das Messen werden Aspekte unserer Umwelt erfasst: **Längen, Flächeninhalt, Volumina**. Mittels Kenngrößen werden z.B. auch im Stochastikunterricht **Eigenschaften von Datenmengen** beschrieben.

Messprobleme spielen auch in jüngster Zeit eine Rolle. So hat z.B. die Frage "Wie lang ist eigentlich die Küste Großbritanniens?“ im Zusammenhang mit fraktalen Gebilden zu einer Erweiterung des Dimensionsbegriffs geführt.

Zur Tradition des Mathematikunterrichts gehört auch die exemplarische Entfaltung der Größe **Flächeninhalt** (Länge, Volumen) über viele Schuljahre hinweg. Man beginnt mit dem Vergleichen von Rechtecksflächen mit Einheitsflächen. Dann behandelt man Dreiecks- und Vielecksflächen. Schließlich untersucht man krummlinig begrenzten Flächen, für deren Inhalt erst ein Messverfahren definiert werden muss. Die **Grenzen des Flächeninhaltsbegriffs** können schließlich durch die Untersuchung nicht integrierbarer Funktionen und uneigentlicher Integrale (bei realem Problemhintergrund) ausgelotet werden.

Idee des funktionalen Zusammenhangs

Durch Funktionen werden Zusammenhänge erfasst, beschrieben und quantifiziert, Veränderungen handhabbar gemacht. Die Idee des funktionalen Zusammenhangs ist für die Mathematik von großer Tragweite und für das Verständnis der kulturellen Rolle der Mathematik unentbehrlich. **Naturgesetze** sind ohne die Formulierung funktionaler Zusammenhänge nicht denkbar. Ohne ein Begreifen der Idee des funktionalen Zusammenhangs lässt sich keine tiefere Einsicht in den wissenschaftlichen Fortschritt gewinnen. Aber nicht nur die Naturwissenschaften, sondern auch viele sozial- und humanwissenschaftliche Disziplinen machen zunehmend von der Möglichkeit Gebrauch, **empirische Zusammenhänge** durch Funktionen quantitativ zu beschreiben.

Weite Teile der Schulmathematik befassen sich mit Funktionen: Das Aufstellen von Termen zur Beschreibung von Problemsituationen eröffnet einen ersten Zugang. Die Untersuchung und Darstellung der **Abhängigkeiten**, die Frage nach der **Lösbarkeit** von Gleichungen und Gleichungssystemen gewinnen durch die Betrachtung als Funktion eine neue Dimension und werden anschaulich bearbeitbar. In der Qualifikationsphase werden mit Mitteln der **Differentialrechnung** Änderungen analysiert und die charakteristischen Merkmale von Funktionen ermittelt. Die Wirkungen fortgesetzter Änderungen werden dann in dann in der **Integralrechnung** untersucht. Auch in der **Geometrie** wird der Funktionsbegriff wirksam. Abbildungen sind Funktionen. Bewegungen, durch Matrizen vermittelt, können als Funktionen aufgefasst und gedeutet werden. Verteilungs- und Dichtefunktionen spielen in der **Stochastik** eine bedeutende Rolle. Die Untersuchung des Funktionsbegriffs selbst kann an geeigneten Stellen für die Theorieentwicklung von Bedeutung sein.

Die Idee des funktionalen Zusammenhangs eröffnet den Studierenden ein mächtiges Werkzeug, das ihnen helfen kann, mathematische Beziehungen in ihrer **Alltagswelt** aufzuspüren und diese dadurch besser zu durchschauen.

Idee der Wahrscheinlichkeit

Unser Wissen über die Welt ist begrenzt, denn nicht alle Beeinflussungsfaktoren sind bekannt oder die Zahl der Beobachtungen und deren Genauigkeit reicht nicht aus. Manches kann zwar sicher vorhergesagt werden, anderes dagegen nicht. In dem Bemühen, auch im Fall von Unsicherheit eine vernünftige Leitlinie für unser Handeln zu gewinnen, die Unsicherheit handhabbar zu machen, greifen wir zu Wahrscheinlichkeitsüberlegungen. Dabei kann die Wahrscheinlichkeit **zukünftiger Ereignisse** durch die Betrachtung der Vergangenheit oder durch gedankliche Vorwegnahme aller möglichen Ausfälle abgeschätzt werden. Die auf solcherlei Überlegungen beruhende Wahrscheinlichkeitsrechnung ermöglicht Prognosen für zukünftiges Handeln und entfaltet ihre besondere Wirksamkeit in der beurteilenden Statistik.

Statistische Aussagen spielen in der heutigen Welt eine wichtige Rolle. Mit ihrer Hilfe werden viele Entscheidungen im Bereich von **Politik** und **Wirtschaft** getroffen. Meinungen werden, besonders in den Medien, durch Umfragen gestützt.

Im Mathematikunterricht geht es einerseits darum, statistisches Datenmaterial zu analysieren und zu bewerten. Kritische Untersuchungen in realistischen Kontexten sind erforderlich, um statistische Aussagen zu begründen, Fehlschlüsse zu vermeiden und Missbrauch zu entlarven. Den Studierenden muss andererseits deutlich werden, dass die Resultate der beurteilenden Statistik notwendig mit einer gewissen Unsicherheit behaftet sind, die zahlenmäßig abgeschätzt werden kann.

Idee des räumlichen Strukturierens

Die Welt, in der wir leben, ist dreidimensional. Der Übergang von diesem sinnlich erfahrbaren Raum zum **„euklidischen Raum“** ist nicht selbstverständlich, wie Untersuchungen bei Naturvölkern zeigen, sondern eine bedeutende Kulturleistung.

Beim räumlichen Strukturieren geht es um das Untersuchen, theoretische Beschreiben und Idealisieren von Objekten wie Punkt, Gerade, Winkel, Ebene, Vieleck, Kreis, Polyeder, Kugel sowie Beziehungen zwischen ihnen.

Arithmetischen und algebraischen Zusammenhängen entsprechen geometrische; räumliche Anschauung ist sowohl eine Quelle der Inspiration als auch ein Korrektiv abstrakten mathematischen Denkens.

Die **Entwicklung der Raumanschauung** beginnt mit der Wahrnehmung und Deutung der dreidimensionalen Umwelt, mit zeichnerischen, gestalterischen und konstruierenden Aktivitäten und führt zur Entwicklung von abstrakten Begriffen und Untersuchung von Zusammenhängen und Gesetzmäßigkeiten.

Raumanschauung und die Fähigkeit zum räumlichen Strukturieren können sich nur im Anschauungsraum entfalten. Das Strukturieren in der Ebene ist Teil des Strukturierens im Raum, aber man darf sich nicht auf ebene Probleme beschränken.

Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

Formen in der Natur, Gestaltungsprinzipien in **Kunst** und **Architektur**, Verfahren des **technischen Zeichnens** und der **Computergrafik** begleiten uns im täglichen Leben, oft unbemerkt und unbewusst.

Für die Studierenden ist der euklidische Raum in der Regel der geeignete Rahmen für das räumliche Strukturieren. Er kann aber bei Bedarf ohne weiteres überschritten werden, z. B. bei zweidimensionalen Projektionen eines Hyperwürfels.

Idee des Algorithmus

Von der Grundschule bis in die gymnasiale Oberstufe hinein spielt das Arbeiten mit Algorithmen eine entscheidende Rolle. Ein mathematischer Algorithmus ist nichts anderes als eine standardisierte Problemlösung für eine Klasse strukturell verwandter Probleme, die man durch gedankliche Anstrengung und mit hinreichend viel Sachverstand auch jedes für sich, d.h. ohne diesen Algorithmus lösen könnte. Insofern spiegelt sich im Algorithmus das Prinzip der industriellen Fertigung.

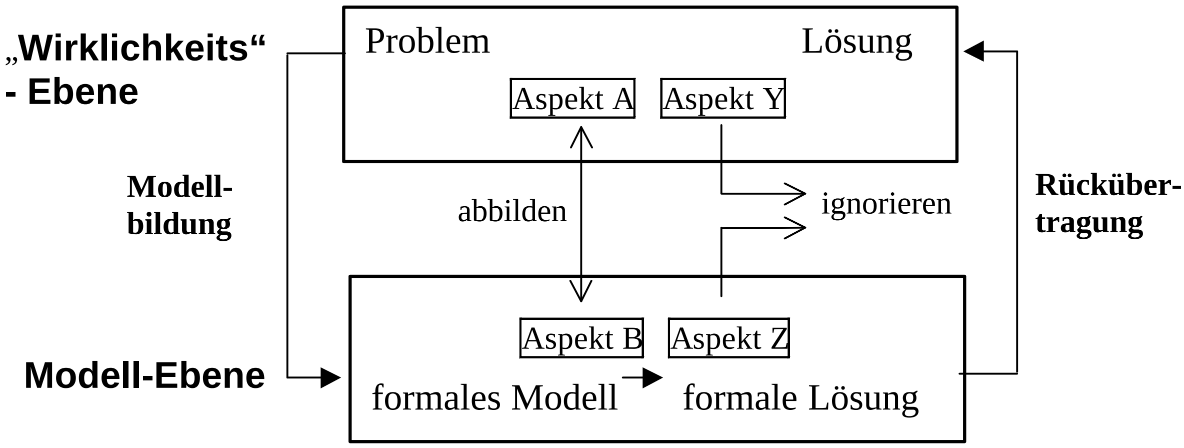
Es ist grundsätzlich zu unterscheiden zwischen der **Ausführung vorgegebener Algorithmen** und der kreativen Tätigkeit des **Entwerfens von Algorithmen** zu einem gegebenen Problem. Verständnis für die Idee des Algorithmus wird sich dann einstellen, wenn die Studierenden in beiden Tätigkeiten Erfahrungen sammeln und über sie reflektieren.

Im Unterricht lässt sich ausgehen von Überlegungen, mit welchen Algorithmen wir schon vertraut sind - innerhalb wie außerhalb der Mathematik. Die Gemeinsamkeiten der Algorithmen lassen sich herausarbeiten. Als Vorstufe zu formalisierten Algorithmen in mathematischen Darstellungen lassen sich alltägliche **Handlungsabläufe** in halbformalisierte Beschreibungen übersetzen. Im nächsten Schritt werden überschaubare mathematische Probleme anhand eines **Ablaufschemas** zunächst schrittweise, dann auch automatisiert gelöst. Dazu eignen sich: **Termauswertungen**, Erstellung von **Wertetabellen**, Lösungsverfahren für lineare **Gleichungssysteme**, Polynomdivision, Newton-Verfahren, numerisches Integrieren usw. Dabei lassen sich wichtige Teile der Mathematik der Sekundarstufe I neu aktivieren und auf höherem Niveau durchdringen.

Idee des mathematischen Modellierens

Das Modellieren spielt bei jeder menschlichen Erkenntnis eine fundamentale Rolle. Immer dann, wenn Mathematik zur Beschreibung von Situationen oder zur Lösung von realen Problemen eingesetzt wird, wird ein mathematisches Modell benutzt bzw. für den konkreten Zusammenhang erst konstruiert. Eine den einzelnen Schulzweigen angemessene Kenntnis und Reflexion der mathematischen Methode zur **Erfassung von Wirklichkeit** mit Hilfe formaler Modelle ist ein zentrales Element, eine Leitlinie des Mathematikunterrichts.

Ein Modell stellt immer eine **Idealisierung**, eine Reduktion der Wirklichkeit dar. Es gibt Aspekte der Wirklichkeit, die keine korrespondierenden **Aspekte des Modells** haben. Dies ist unumgänglich und gewünscht, denn Abstraktion und Reduktion sollen die **Komplexität** der Wirklichkeit verringern. Andererseits kann das Modell Aspekte aufzeigen, die keinem Aspekt der Wirklichkeit entsprechen.



Bei der Rückübertragung der an dem Modell gewonnenen Erkenntnisse können gerade die Aspekte des Modells, die keine Entsprechung in der Wirklichkeit haben, Ursache für ein Scheitern der **Modellanwendung** sein. Die durch Anwendung eines mathematischen Modells gewonnenen Aussagen sind also interpretationsbedürftig, die in Bezug auf die Sachsituation formulierten Aussagen abhängig von dem verwendeten Modell.

In diesem Zusammenhang werden auch die **Grenzen der Modelle** reflektiert. Bei komplexeren Problemen, insbesondere in fachübergreifenden Kontexten, wird bewusst, wie die Auswahl und die unterschiedliche Berücksichtigung von Bedingungen zu verschiedenartigen Modellen führen können, in denen jeweils andere oder zusätzliche Aspekte des Sachverhalts zum Tragen kommen. Daher sollte sich die Erarbeitung von Modellen im Unterricht nicht von vornherein an vorgegebenen Lösungen orientieren.

Der Zugang zur Idee des mathematischen Modellierens erfolgt durch Kennenlernen, Verwenden und Entwickeln mathematischer Modelle. Dabei findet **Modellbildung** gleichermaßen bei elementaren und komplexen Situationen statt: bei der **Wahrscheinlichkeitsverteilung** für einen Laplace-Würfel ebenso wie bei der Beschreibung von **Wachstumsprozessen** durch Exponentialfunktionen. Anwendungsprobleme, „Textaufgaben“ sind keineswegs mehr lediglich motivierende Verpackungen, die im Unterricht möglichst schnell wieder entfernt werden, um sich dem „eigentlichen Thema“ des Mathematikunterrichts widmen zu können.

Durch den Umgang mit mathematischen Modellen wird ein Beitrag zum Verständnis der **Rolle der Mathematik** bei der Analyse und Lösung von Sachproblemen geleistet. Die Studierenden erfahren so die generelle Vorgehensweise in den sogenannten **„exakten Wissenschaften“**: (ggf. vereinfachte) Beschreibung von Sachverhalten, Entwicklung von mathematischen Modellen zur Beschreibung empirischer Daten, Anwendung von Modellen zur Vorhersage dann wieder empirisch überprüfbarer Daten.

Die Tragweite mathematischer Modelle erfahren die Studierenden sowohl durch die Unterschiedlichkeit der Anwendungsbereiche mathematischer Objekte (z.B. Matrizen zur Beschreibung von Bewegungen im Raum, als „Übergangsmatrizen“ zur Beschreibung wirtschaftlicher Abläufe oder zur Beschreibung stochastischer Prozesse) als auch durch die Variation der Beschreibungsmittel (geometrische, algebraische) für den gleichen Sachverhalt.

Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

A.4 Taschenrechner, Computer und Neue Medien im MU

Auch für den Mathematikunterricht gewinnen die **neuen Medien** zunehmend Bedeutung. Neben Rechnen, Lesen und Schreiben können PC-Kenntnisse als die vierte Kulturtechnik angesehen werden. Durch den Einsatz von Computern in Verbindung mit geeigneter Software und Datennetzen wie dem Internet eröffnet sich ein breites Spektrum neuer Lern- und Lehrmöglichkeiten. Neben den Taschenrechner, als schon fast traditionelles Werkzeug im Mathematikunterricht, treten jetzt grafikfähige Taschenrechner, spezielle Computerprogramme und Computer-Algebra-Systeme. Diese ergänzen die bisher genutzten numerischen und grafischen Methoden um die Fähigkeit der **Symbolmanipulation** und dringen damit in ein Gebiet ein, das bis dahin dem menschlichen Intellekt vorbehalten war. Da solche Geräte bereits im Taschenrechnerformat verfügbar sind, wird ihre Verbreitung und Anwendung in den nächsten Jahren stark zunehmen. Ziel eines modernen Mathematikunterrichts muss es daher sein, diese Potentiale sinnvoll zu nutzen und Studierende zum effektiven Gebrauch dieser Werkzeuge zu befähigen.

Die zunehmende Verfügbarkeit und einfache Handhabung von **Computer-Algebra-Systemen** wird die Notwendigkeit zur sicheren Beherrschung komplexer Termumformungen auf der symbolischen Ebene genauso relativieren, wie dies im numerischen Bereich bereits vollzogen ist. In dem Maß, wie Computer-Algebra-Systeme die „Rechenarbeit“ übernehmen, wird die Komplexität der erfassbaren Problemsituationen zunehmen und die Ansprüche in diesem Bereich werden steigen. Gleichzeitig ist dem drohenden Verlust elementarer und auch weiterhin notwendiger Grundfertigkeiten angemessen entgegenzuwirken.

Im Mathematikunterricht können insbesondere die Computer-Algebra-Systeme viele unterschiedliche Rollen spielen:

- Sie können als ***didaktisches Werkzeug*** dienen, mit dem Themen leichter, schneller und effektiver unterrichtet werden können. Durch die unmittelbare Rückmeldung kann z.B. die Erarbeitung neuer Methoden und Verfahren für den einzelnen Studierenden individuell und effizienter gestaltet werden.
- Sie können als ***Experimentierwerkzeug*** dienen, mit dem Themen nach dem genetischen Ansatz "Lernen durch Entdecken" bzw. "Lernen durch Nachvollziehen der geschichtlichen Entwicklung" behandelt werden können.
- Sie können als ***Visualisierungswerkzeug*** dienen, mit dem Begriffe, Konzepte und Methoden veranschaulicht werden können. Hierzu zählen auch die vielfältigen Methoden zur Animation und Simulation in der Geometrie, Analysis und Stochastik.
- Sie können als ***Rechenwerkzeuge*** dienen, mit denen komplizierte und zeitaufwändige Berechnungen schnell und sicher durchgeführt werden können, womit eine Konzentration auf die eigentliche Problemstellung möglich wird. Hierdurch wird das Spektrum der bearbeitbaren Problemstellungen erheblich erweitert. Die Auswahl einer Aufgabenstellung folgt dann nämlich hinsichtlich ihres mathematischen Gehalts oder ihrer Praxisnähe und wird nicht von (zurecht) erwarteten Rechenproblemen dominiert.
- Interaktive ***Übungsprogramme*** geben ein sofortiges Feedback bezüglich der Richtigkeit; sie erlauben eine beliebige Wiederholung der einzelnen Übungen, ein individuelles Lerntempo, einen individuellen Lernstil und individuelle Lernstrategien. In der Verbindung mit multimedialen Präsentationen (z.B. Sprache, Abbildungen, Animation, Musik, Film) erhöhen sie die Vielfalt dieser Übungen und schaffen eine anschaulichere Lernumgebung und damit eine größere Lernmotivation.

Die neuen elektronischen Hilfsmittel erfordern eine Umorientierung in Methodik und Didaktik. Im Unterricht können Computer-Algebra-Systeme zum Entwickeln von naiven

Begriffsvorstellungen und Vermutungen, zum Formulieren von Hypothesen sowie zum Entwickeln von Beweis- und Lösungsstrategien eingesetzt werden (**heuristisch-experimentelle Phase**). Sie können aber auch bei der Exaktifizierung von Begriffen, beim Absichern von Vermutungen und bei der Modellbildung behilflich sein (**exaktifizierende Phase**). Schließlich dienen sie in der **Anwendungsphase** als Werkzeug im Problemlöseprozess. Einmal gefundene Lösungen allgemeiner Aufgaben lassen sich als Module speichern und können in einer Art Bibliothek abgelegt werden, um bei Bedarf wieder aktiviert zu werden.

Selbst ein einfacher **Taschenrechner** ist im Bereich der Abendhaupt- und -realschule und der Einführungsphase von Kollegs und Abendgymnasien auch zu sehen in einem Spannungsfeld zwischen selbstverständlichem Werkzeug und einem "Hilfsmittel", das ein Verstehen der Zusammenhänge behindern kann. In einer Zeit, in der immer mehr Lernende die Lösung einer Aufgabe ohne viel Nachdenken über eher rein mechanisches Eingeben in den Taschenrechner bearbeiten wollen, müssen Fähigkeiten zur Abschätzung und zur Überschlagsrechnung einen größeren Stellenwert erhalten.

Es ist Aufgabe der Fachkonferenzen der Schulen für Erwachsene, auf der Grundlage der gültigen Verordnungen und Verfügungen den **Einsatz und Gebrauch** elektronischer Hilfsmittel im Unterricht und während der schriftlichen Leistungsnachweise für die Schule einheitlich zu regeln.

B Abendhaupt- und Abendrealschulen

B.1 Ziele und Aufgaben

Der Mathematikunterricht an den Abendhaupt- und Abendrealschulen soll den Studierenden im Rahmen des Erwerbs eines **Schulabschlusses** Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten vermitteln, die sie für die Aufnahme einer **beruflichen Ausbildung**, für das berufliche Fortkommen und den Besuch einer **weiterführenden Schule** vorbereiten. Darüber hinaus soll der Mathematikunterricht Hilfen und Anstöße zur **persönlichen Entfaltung** in **sozialer Verantwortung** geben. Fachliches und soziales Lernen müssen aufeinander bezogen sein. Der unterrichtliche Umgang mit Mathematik ist in vieler Hinsicht ebenso entscheidend wie der behandelte Stoff.

Der Mathematikunterricht an den Abendhaupt- und Abendrealschulen ist vor allem in den Eingangssemestern mit ausgeprägten Unterschieden in Vorwissen und Vorerfahrung konfrontiert. Die Bandbreite der Schulkarrieren der Studierenden reicht von Hauptschule und Realschule über berufliche Schulen bis hin zum Gymnasium und ist nicht auf das deutsche Bildungssystem beschränkt. Auch bei den Absolventen ausländischer Bildungsgänge sind erhebliche Unterschiede in Umfang und Qualität des Vorwissens vorhanden, die zudem durch sprachliche Barrieren noch verstärkt werden. Die Zusammensetzung der Lerngruppen ist in den Anfangssemestern häufigem Wechsel unterworfen und stabilisiert sich erst mit zunehmender Verweildauer an der Schule.

Der Mathematikunterricht an den AHRS soll, nimmt er die Einheit von gegenstandsbezogenem Lernen und sozialem Lernen ernst, auf **heterogene Lernvoraussetzungen** Rücksicht nehmen. Ausgehend von den Fähigkeiten und Fertigkeiten der Studierenden sollen Defizite abgebaut, vorhandene Kenntnisse aktiviert und schulische Lernformen neu eingeübt werden.

Es ist eine **Unterrichtskultur** zu entwickeln, in der Raum ist für die subjektiven Sichtweisen der Studierenden, für wechselseitige Verständigung über anstehende mathematische Themen, für kooperatives Problemlösen, für die produktive Auseinandersetzung mit Fehlern, für Umwege und alternative Deutungen, für spielerischen und kreativen Umgang mit Mathematik.

B.2 Arbeitsbereiche

B.2.1 Zahlen, Größen und Arithmetik

Zahlen werden neben den Größen zur Quantifizierung von Umwelterscheinungen herangezogen. Dabei werden sie unterschiedlich verwendet: Zur Angabe von Mächtigkeiten, zur **Nummerierung**, zum absoluten und relativen **Vergleich**, als **Maßzahlen** für Größen, zur **Skalierung** und zum Rechnen.

Der Umgang mit Zahlen soll die Studierenden dazu befähigen, grundlegende mathematische Begriffe, Zusammenhänge, Arbeitsmethoden und Verfahren kennen zu lernen und ihr erworbenes Wissen in inner- und außermathematischen Situationen flexibel, aber nicht kritiklos anzuwenden.

Die meisten Zahlenangaben in der Umwelt sind gerundete Zahlen oder **Näherungswerte**. In Anwendungssituationen ist es deshalb wichtig, die Genauigkeit von Zahlenangaben kritisch zu hinterfragen, insbesondere dann, wenn mit gerundeten Zahlen Rechnungen durchzuführen sind (Fehlerfortpflanzung).

In Anwendungssituationen besteht im allgemeinen keine Notwendigkeit, die **rationalen Zahlen** zu erweitern, da es für die Praxis hinreichend genaue Näherungslösungen gibt. Bei der Einführung der reellen Zahlen handelt es sich daher mehr um das theoretische Anliegen, mathematische Existenzprobleme zu klären.

Obwohl der Umgang mit Zahlen den Studierenden durch Alltagserfahrungen vertraut ist, sind unter der Berücksichtigung mathematischer Aspekte folgende Qualifikationen anzustreben: **Addieren** und **Subtrahieren**, **Multiplizieren** und **Dividieren** rationaler und reeller Zahlen, **Abschätzen** von Größenordnungen, Überschlagsrechnungen, sichere Beherrschung der **Prozent- und Zinsrechnung**, **Dezimalzahldarstellung** und **wissenschaftliche Notation** sehr großer und sehr kleiner Zahlen.

Von zentraler Bedeutung ist die Fähigkeit, **Größen in Sachsituationen** anwenden zu können. Das bedeutet, dass die Studierenden Probleme aus Anwendungssituationen, in denen Größen vorkommen, verstehen, sie beschreiben und lösen können. Voraussetzung dafür ist, dass sie die Maßeinheiten kennen sowie durch Messen, Schätzen, Vergleichen und Umwandeln sichere Größenvorstellungen entwickeln.

Die Studierenden sollen in diesem Zusammenhang auch lernen, mit **elektronischen Rechenhilfen** (Taschenrechner und Computer) verständig umzugehen und sie sinnvoll zu nutzen.

B.2.2 Terme und Gleichungen

Terme und Gleichungen dienen der **mathematischen Beschreibung** und dem Erfassen von Zusammenhängen. Das Formulieren von Termen und das Aufstellen von Gleichungen sind somit wichtige Schritte zur Modellierung eines gegebenen Sachproblems. Im Sinne der Modellhaftigkeit mathematischer Lösungen muss auch deutlich werden, dass die Mathematisierung einer realen Sachsituation stets nur Teilaspekte erfasst.

Gerade bei dem Übergang von Zahlen zu Termen können sich durch den steigenden **Abstraktionsgrad** Verständnisschwierigkeiten häufen, so dass es besonders wichtig ist, die anschaulichen Aspekte immer wieder in den Vordergrund zu rücken.

Von **linearen Gleichungen** ausgehend steigen die mathematischen Anforderungen bei Gleichungen höherer Ordnung, **Bruchgleichungen** oder **Systemen von linearen Gleichungen**.

Das Umstellen eines Ansatzes nach der gesuchten Größe, allgemein das Lösen von Gleichungen mittels Äquivalenzumformungen, setzt eine sichere Beherrschung der dabei benö-

Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

tigten Termumformungen voraus. Angestrebte Fähigkeiten im Bereich **Termumformungen** sind deshalb immer vor dem Hintergrund ihrer Relevanz für die Äquivalenzumformungen zu sehen.

B.2.3 Funktionale Zusammenhänge

Im Zentrum des Themenbereichs *Funktionale Zusammenhänge* stehen in der AHRS proportionale Zusammenhänge und ihre Mathematisierung (Dreisatz, lineare Funktionen).

Zur Klärung des Funktionsbegriffs sind propädeutische Erfahrungen einzubeziehen: **Wertetabellen** und **graphische Darstellungen** führen auf die Untersuchung **proportionaler** und **antiproportionaler** Zuordnungen und eröffnen einen Zugang zu den mächtigeren linearen Funktionen. Je nach Anwendungszusammenhang lassen sich weitere Funktionsklassen erschließen: **lineare Funktionen, quadratische Funktionen** bis hin zu trigonometrischen Funktionen und Exponentialfunktionen.

Die verwendete Terminologie und **Fachsprache** muss als eine Formalisierung der Umgangssprache erfahren und einsichtig werden. Insofern sollen die Studierenden behutsam an die formalen Fertigkeiten herangeführt werden. Der Stellenwert der graphischen Lösungsverfahren im Unterricht darf nicht gering geschätzt werden und sollte sich u.a. an der jeweiligen Lernsituation und Lerngruppe orientieren.

B.2.4 Figuren und Körper

Die Geometrie hilft bei der Unterscheidung und Beschreibung **geometrischer Figuren** und **Körper**, erlaubt Aussagen über grundlegende Eigenschaften von ebenen Figuren und räumlichen Gebilden, liefert detaillierte Beschreibungs- und Konstruktionsmerkmale durch die Angabe von Lagebeziehungen und ermöglicht Berechnungen an geometrischen Objekten. Insofern dient die Geometrie in hohem Maße allgemeinbildenden Zielen und der Persönlichkeitsentwicklung; sei es durch die Förderung von Denk- und Argumentationsweisen, durch die Entwicklung von Heuristiken und Lösungsstrategien oder durch die vielfältigen Anregungen zum **praktischen Tun** und zur Schulung der (ästhetischen) **Wahrnehmung**.

Der Geometrieunterricht beschäftig sich damit,

- geometrischen Fragestellungen und Vermutungen nachzugehen
- an Modellen zielgerichtet zu experimentieren; Formen, Muster, Symmetrien und Ähnlichkeiten zu erkennen bzw. wiederzuerkennen und zu verwenden
- Konstruktionen zu entwerfen und durchzuführen
- Gesetzmäßigkeiten aufzudecken oder nach Begründungszusammenhängen für einen geometrischen Sachverhalt zu suchen
- Berechnungen an geometrischen Objekten in Sachzusammenhängen durchzuführen
- infinitesimale Methoden vorzubereiten und zu durchschauen
- Ordnungsstrukturen oder Analogien zu entdecken und auszunutzen
- Begriffe und Verfahren zu nutzen, zu übertragen und zu verallgemeinern.

Im Unterricht ist stets die Beziehung der Geometrie zum "erlebten Raum" herzustellen. Das schließt ein, dass grundlegende handwerkliche und formale **Zeichentechniken** gelehrt und praktiziert werden. Dazu gehört der umsichtige Gebrauch von Mess- und Zeichengeräten, die Entnahme von Informationen aus Zeichnungen, der Umgang mit Formeln zu geometrischen Maßbestimmungen und die Handhabung geometrischer Symbole und Sprechweisen.

Die Entwicklung einer fachbezogenen Argumentation arbeitet auf eine logische Stringenz im Dialog und bei der **Beweisführung** hin. Dessen ungeachtet dürfen die verschiedensten

Vorformen nicht zu gering eingeschätzt werden. Das Argumentationsniveau orientiert sich dementsprechend am Stand der jeweiligen Lerngruppe und ist angemessen zu fördern.

Die weitergehenden formalen Qualifikationen, wie das Heranziehen geeigneter Eigenschaften und Sätze zum Beweisen geometrischer Aussagen oder zur Begründung von Konstruktionen, übersteigen den Grundanforderungsbereich.

B.2.5 Stochastik

Stochastik vereint als zusammenfassende Bezeichnung für **Wahrscheinlichkeitsrechnung** und **Statistik** beide Disziplinen. Die Studierenden lernen neue Begriffe, Zusammenhänge und Arbeitsmethoden, mit deren Hilfe sie Situationen ihres Erfahrungsbereichs, welche auf **Zufallsprozesse** zurückgehen oder sich auf Massenerscheinungen beziehen, analysieren und interpretieren können. Dabei sind die Grenzen stochastischen Denkens phänomenologisch zwischen der Zufälligkeit im Einzelfall und der Regelhaftigkeit von Erscheinungen bei hinreichendem **Stichprobenumfang** angelegt.

Das Verständnis für stochastische Phänomene, verbunden mit einem Konzept für Wahrscheinlichkeit entwickelt sich in einem handlungsorientierten Unterrichtsprozess. Dies umfasst:

- Daten erheben, darstellen, aufbereiten und vergleichen
- die Aussagekraft von statistischen Kennzahlen bewerten sowie statistische Schlüsse beurteilen
- Zufallserscheinungen erkennen, Häufigkeiten bei Zufallsexperimenten ermitteln bzw. Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten berechnen und vergleichen
- Häufigkeitsdiagramme aufstellen, lesen und auswerten, ungenaue bzw. verfälschende Diagramme erkennen und verbessern.

Das Auswerten von Versuchsreihen kann die Einsicht vermitteln in den Zusammenhang von Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung, dass nämlich Rückschlüsse von einer Stichprobe auf die Grundgesamtheit nur mit einer gewissen **Wahrscheinlichkeit** gezogen werden können.

B.3 Themenübersicht Abendhauptschule

Im Folgenden werden die sich aus den Arbeitsbereichen ergebenden Unterrichtsthemen im Einzelnen beschrieben. Die Reihenfolge der Auflistung entspricht nicht unbedingt der Reihenfolge der unterrichtlichen Behandlung; vielmehr vereinbaren die Fachkonferenzen im Rahmen der Schulcurricula mögliche Schwerpunktbildungen und eine Abfolge der Unterrichtsinhalte.

H1 / H2

Ziele / Inhalte Sach- und Methodenkompetenz	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Rechenverfahren • Addition • Subtraktion • Multiplikation • Division	Die Anwendung der Rechenverfahren ist zwar in der Regel bekannt, die Sicherheit und fehlerfreie Durchführung müssen noch gefestigt werden. Hierzu gehört auch die Überschlagsrechnung und Übungen im Kopfrechnen.
Bruchrechnen • Darstellung von gebrochenen Zahlen • echter, unechter Bruch, gemischte Zahl • Teilbarkeit, Primzahlen, kgV und ggT	Gerade bei der Bruchrechnung spielt die zeichnerische Darstellung (Kreis-, Säulendiagramme, Rechteck, Zahlengerade usw.) eine große Rolle. Auf die unterschiedlichen Darstellungsmöglichkeiten kann immer wieder Bezug genommen werden.
• Kürzen, Erweitern	Zur Veranschaulichung der Gleichheit von erweiterten bzw. gekürzten Brüchen kann das Operator- und das Größenkonzept hilfreich sein. An dieser Stelle kann ein sinnvolle Einführung der Teilbarkeitsregeln erfolgen.
• Vergleichen, Ordnen	Ordnen und Vergleichen von Bruchzahlen sind wichtige Hilfen zum Verständnis ihres Aufbaus.
• Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division von Brüchen	Ein Beschränkung auf Bruchzahlen mit kleinen Zählern und Nennern ist hier ausreichend.
• Grundaufgaben der Bruchrechnung	Es sollen vorwiegend solche Sachaufgaben eingesetzt werden, bei denen auch im täglichen Leben die Bruchschreibweise zur Berechnung von Anteilen verwendet wird. Der Schwerpunkt der Aufgabenstellungen soll sich auf die Bestimmung des Bruchteils beziehen.

Dezimalbrüche

- Umwandlung: Brüche in Dezimalbrüche und umgekehrt
- Grundrechenarten
- Runden

Der Erweiterung des Dezimalsystems muss im Unterricht besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden, um eine adäquate begriffliche Vorstellung von der Bedeutung der Nachkommastellen (abbrechende und periodische Dezimalbrüche, Runden) aufzubauen.
Die Verfahren zur schriftlichen Rechnung sind zwar in der Regel bekannt, die sichere und fehlerfreie Durchführung muss noch gefestigt werden.

Rechnen mit negativen Zahlen*

- Addition und Subtraktion*
- Multiplikation und Division*
- Klammerregeln*

Einfache Berechnungen (Verringern und Erhöhen von Temperaturen, Kontostände) können ein Verständnis der negativen Zahlen vorbereiten. Eine formale Behandlung ist nicht anzustreben.

Prozent- und Zinsrechnung

- Anteile in Bruch-, Dezimal und Prozentschreibweise
- Grundaufgaben: Prozentwert, Grundwert, Prozentsatz
- vermehrter, verminderter Grundwert
- Jahres-, Monats- und Tageszinsen

Die Einführung der Prozentrechnung kann (und sollte) in Anlehnung an die Bruchrechnung und die dort eingeführten Schreibweisen erfolgen.
Zur Festigung der Begriffe sollte der Berechnung der Prozentwerte genügend Raum gegeben werden.
Sowohl bei der Prozent- als auch bei der Zinsrechnung können bereits Prinzipien für proportionale Zuordnungen vorbereitet werden.

Zuordnungen

- Darstellung (Wertetabellen, grafische Darstellung)
- Dreisatz mit proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen

Anhand einfacher Beispiele sollen aus Tabellen und graphischen Darstellungen Informationen gewonnen werden. Im Mittelpunkt des Unterrichts steht das Lösen von Sachaufgaben.

Terme und lineare Gleichungen

- Terme gewinnen
- lineare Gleichungen aufstellen und lösen

Lösen einfacher linearer Gleichungen mit einer Unbekannten, die aus Sachsituationen entstammen.

Geometrie

- Grundbegriffe (Punkt, Gerade, Winkel)
- Dreiecke (Typen, Konstruktionen)
- Vierecke
- Strahlensätze*
- Pythagoras*

Winkel zeichnen und messen.
Es sollen nur einfache Konstruktionen durchgeführt werden.

Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

Längen und Flächenmessung	
• Maße und Maßeinheiten • Umrechnung von Längen- und Flächenmaßen • Fläche und Umfang von Quadrat, Rechteck und Dreiecksfläche	Die Studierenden sollten in der Lage sein, Alltagsaufgaben (z.B. Wohnungsgrundrisse, Grundstücksflächen und Schnittmuster) zu lösen.
• Kreis (Fläche und Umfang)	Es genügt die experimentelle Bestimmung der Kreiszahl.
Körperberechnung	
• Maße und Maßeinheiten • Umrechnung von Körpermaßen • Quader • Prismen, Zylinder • Pyramiden, Kegel*	Die Studierenden sollen wichtige Körper kennenlernen und diese in Beziehung zu bereits bekannten ebenen Figuren setzen können. Es sollten Aufgaben zur Oberflächen- und Volumenberechnung behandelt werden. Beim Quader ist auch die Abwicklung zu berücksichtigen.
Stochastik*	
• Interpretation statistischen Materials • graphische Darstellungen • Berechnung von Mittelwerten	In sehr viel Alltagsbereichen werden Statistiken oder statistisch belegte Aussagen beim Beurteilen von Sachverhalten herangezogen. Eine Beschränkung auf elementare Begriffe und Kennmaße ist hier dringend geboten.

*** fakultative Inhalte**

B.4 Themenübersicht Abendrealschule

Im Folgenden werden die sich aus den Arbeitsbereichen ergebenden Unterrichtsthemen im Einzelnen beschrieben. Die Reihenfolge der Auflistung entspricht nicht unbedingt der Reihenfolge der unterrichtlichen Behandlung; vielmehr vereinbart die Fachkonferenz im Rahmen des Schulcurriculums mögliche Schwerpunktbildungen und eine Abfolge der Unterrichtsinhalte. Auf Beschluss der Fachkonferenz können einzelne Inhalte aus R3 / R4 nach R1 / R2 vorgezogen werden, wenn dadurch Wechsel zwischen Schulformen und Schulen nicht unangemessen erschwert werden.

R 1 / R 2

Ziele / Inhalte Sach- und Methodenkompetenz	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Bruchrechnen • Darstellung von gebrochenen Zahlen • echter, unechter Bruch, gemischte Zahl • Teilbarkeit, Primzahlen, kgV und ggT • Kürzen, Erweitern • Vergleichen, Ordnen • Grundrechenarten • Umgang mit Brüchen in Sachsituationen • einfache Terme mit Brüchen	Die Teilbarkeitsregeln sollten hier wiederholt und angewendet werden. Es sollen vorwiegend solche Sachaufgaben eingesetzt werden, bei denen auch im täglichen Leben die Bruchschreibweise zur Berechnung von Anteilen verwendet wird.
Dezimalbrüche • Umwandlung: Brüche in Dezimalbrüche und umgekehrt • Grundrechenarten mit Dezimalbrüchen • Runden	Der Erweiterung des Dezimalsystems muss im Unterricht besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden, um eine adäquate begriffliche Vorstellung von der Bedeutung der Nachkommastellen (abbrechende, periodische Dezimalbrüche, nicht-abbrechende und nicht-periodische Dezimalbrüche, Runden) zu entwickeln. Die Verfahren zur schriftlichen Rechnung sind zwar in der Regel bekannt, die sichere und fehlerfreie Durchführung kann in diesem Zusammenhang noch gefestigt werden.
Rechnen mit rationalen Zahlen • negative Zahlen • Zahlbereichserweiterung • Rechenregeln (Vor- und Rechenzeichen)	Einfache Berechnungen (Verringern und Erhöhen von Temperaturen, Kontostände) können ein Verständnis der negativen Zahlen vorbereiten.

Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

Größen • Maße und Maßeinheiten • Umrechnung von Längen-, Flächen- und Volumenmaßen, Massen- und Zeiteinheiten •	Von zentraler Bedeutung ist die Fähigkeit, Rechnen mit Größen in Sachsituationen anzuwenden. Das bedeutet, dass die Studierenden Probleme aus Anwendungssituationen, in denen Größen vorkommen, verstehen, sie beschreiben und lösen können.
Prozent- und Zinsrechnung • Anteile in Bruch-, Dezimal- und Prozentschreibweise • Grundaufgaben: Prozentwert, Grundwert, Prozentsatz • vermehrter/verminderter Grundwert • Jahres-, Monats- und Tageszinsen • Zinseszinsen	Die Einführung der Prozentrechnung sollte in Anlehnung an die Bruchrechnung und die dort eingeführten Schreibweisen erfolgen.
Zuordnungen • Darstellung (Wertetabellen, grafische Darstellung) • Dreisatz • Produkt- und Quotientengleichheit	Es sollten Sachprobleme behandelt werden, die sowohl auf proportionale als auch auf antiproportionale Zuordnungen führen.
Terme und lineare Gleichungen • Variablen als Platzhalter, Terme und Gleichungen aufstellen	Sachsituationen mit einer unbekannten Größe sollen in die mathematische Symbolsprache übersetzt werden (Modellierung).
• Termumformungen • lineare Gleichungen	Terme, die aus Sachsituationen gewonnen werden, vereinfachen bzw. umformen; Lösen einfacher linearer Gleichungen mittels Äquivalenzumformungen
Geometrie • Grundbegriffe (Punkt, Gerade, Winkel) • Dreieck (Typen, Konstruktionen) • Vierecke • Fläche und Umfang von Quadrat und Rechteck • Flächeninhaltsberechnung von Dreieck, Parallelogramm und Trapez • Strahlensätze •	Winkel zeichnen und messen, einfache Zusammenhänge begründen, einfache Konstruktionen durchführen. Die Studierenden sollen komplexere Figuren in Grundfiguren zerlegen und so deren Inhalt und Umfang berechnen können.

R 3 / R 4

Ziele / Inhalte Sach- und Methodenkompetenz	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Terme und Gleichungen	
• Produkte von Summen berechnen • Einfache Anwendungen der **binomischen Formeln** • Faktorisieren von Summen durch Ausklammern und mit Hilfe von binomischen Formeln • Umformungen von Formeln	Es können Aufgaben aus der Geometrie oder Umwelt und Zahlenrätsel eingesetzt werden. Dieses Thema kann Lösungsverfahren bei Bruchgleichungen und bei der Herleitung von Formeln vorbereiten. An Beispielen aus der Geometrie und der Physik können die erworbenen algebraischen Fähigkeiten angewendet werden.
• **Bruchterme** berechnen, kürzen und erweitern * • Bruchterme addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren***** • **Bruchgleichungen** lösen, Anwendungsaufgaben*	Bruchterme sind in enger Beziehung zu Bruchgleichungen zu behandeln und nur soweit, wie sie zum Lösen solcher Gleichungen gebraucht werden. Neben den Aufgaben mit der Variablen im Zähler sollten nur einfache Gleichungen mit einer Variablen im Nenner behandelt werden.
Lineare Funktionen und lineare Gleichungssysteme	
• Funktionen als eindeutige Zuordnungen mittels Wertetabellen, Pfeildiagrammen, Paarmengen oder Graphen erkennen	Es genügen einige Beispiele und Gegenbeispiele zur Veranschaulichung des Begriffes.
• Darstellungen **linearer Funktionen**: Wertetabelle, $f(x) = mx + b$, Koordinatensystem und Graph • Steigung und Schnittpunkte mit der x- bzw. y-Achse bestimmen • Funktionsgleichungen aufstellen • Anwendungsaufgaben	Proportionalitäten und lineare Wachstumsvorgänge lassen sich z.B. im Zusammenhang mit Gebühren erarbeiten. Es sollten u.a. Aufgaben behandelt werden, bei denen m bzw. b z.B. als Preis pro Stück bzw. als Grundpreis interpretiert werden können.
• Zeichnerische Lösung von **Systemen linearer Gleichungen** [und Ungleichungen **(*)**] mit zwei Variablen • Rechnerische Lösung linearer Gleichungssysteme mit dem Additions-, Gleichsetzungs- oder Einsetzungsverfahren	Systeme linearer Gleichungen und Ungleichungen spielen in Wirtschaft, Naturwissenschaften und Technik eine bedeutende Rolle. An geeigneten Sachproblemen sollen typische Lösungsmöglichkeiten und Fälle aufgezeigt werden.

Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

Potenzen, Wurzeln und exponentielles Wachstum	
• Definitionen und Begriffe • Potenzgesetze anwenden	Zunächst wird der bekannte Potenzbegriff auf ganzzahlige Exponenten erweitert, Zahldarstellungen mit Zehnerpotenzen sind im Zusammenhang mit dem Taschenrechner und naturwissenschaftlichen Größen zu behandeln.
• Quadratwurzel und reelle Zahlen, teilweises Wurzelziehen, Rationalmachen des Nenners	Erfahrungen mit reellen Zahlen (Zahlbereichserweiterung) können mittels Intervallschachtelung oder einem Näherungsverfahren bei der Wurzelberechnung gesammelt werden.
• Definition höherer Wurzeln* • Wurzelgesetze anwenden*	Die Ausdehnung des Potenzbegriffes auf rationale Exponenten und die damit einhergehenden Termumformungen sollten auf das notwendige Maß beschränkt werden.
• Exponentielles Wachstum*	Die Behandlung exponentiellen Wachstums bietet im Zusammenhang mit geeigneten Anwendungsbezügen (Bevölkerungswachstum, verschiedene Wachstumsraten, Abkühlen heißer Körper, Zinseszins usw.) in besonderem Maße Möglichkeiten zum Mathematisieren.
Quadratische Funktionen und Gleichungen	
• Eigenschaften der Quadratfunktion $f(x) = x^2$ kennen und anwenden: Wertetabelle und Graph	Mit Hilfe der quadratischen Funktionen lassen sich viele außermathematische Anwendungsprobleme (Fallstrecke, Wurfparabel, Materialverbrauch bei Körpern usw.) beschreiben.
• Quadratische Gleichungen zeichnerisch und rechnerisch lösen	Ein Schwerpunkt dieses Abschnitts liegt bei der Lösung quadratischer Gleichungen mittels Faktorisierung, quadratischer Ergänzung oder p-q-Formel.
• Eigenschaften und Graphen der quadratischen Funktionen $f(x) = ax^2+bx+c$ kennen und anwenden	Zur Verdeutlichung geometrischer Eigenschaften quadratischer Funktionen kann die Scheitelpunktform hilfreich sein.
• Sachsituationen, die auf quadratische Gleichungen führen, zeichnerisch und rechnerisch lösen	Es können vielfältige Aufgaben aus Physik, Technik und Geometrie - auch mit einfachen Extremwertfragestellungen - behandelt werden.
Kreis und Kreisteile	
• Umfang und Flächeninhalt, π • Kreisbogen, Kreissektor	Die Berechnung von Kreisteilen sollte in Anwendungsbezügen erfolgen.

Berechnungen an Flächen und Körpern

- Satz des Pythagoras
- Oberfläche und Volumen von Quadern
- Mantel, Oberfläche und Volumen von Prismen und Pyramiden
- Schrägbilder und Netzzeichnungen einfacher Körper anfertigen*
- Mantel, Oberfläche und Volumen von Zylinder und Kegel*
- Oberfläche und Volumen der Kugel*
- Sachaufgaben

Der großen Bedeutung dieses Satzes wegen ist eine vertiefende Anwendung auch in räumlichen Sachzusammenhängen geboten. Die Studierenden sollen wichtige Körper kennenlernen und diese in Beziehung zu bereits bekannten ebenen Figuren setzen können.
Bei den Sachaufgaben ist auf die Anwendung des *Satzes von Pythagoras* zu achten. Sinnvolle Fragestellungen, z.B. aus den Bereichen Verpackungsdesign, Tankgefäße, Erdberechnungen oder der Kartographie können behandelt werden.

Trigonometrie

- Definitionen von *sin*, *cos* und *tan* im rechtwinkligen Dreieck bzw. am Einheitskreis
- Berechnungen an rechtwinkligen Dreiecken
- Sinus- und Kosinussatz an beliebigen Dreiecken anwenden [1]
- Sinus- und Kosinusfunktion als periodische Funktionen: Graphen, Regelmäßigkeiten und einfache Beziehungen[1]

Wegen der Kürze der zur Verfügung stehenden Zeit kann man sich jeweils auf eine Definition der angegebenen trigonometrischen Funktionen beschränken.
Die Anwendbarkeit von Mathematik kann mit Aufgaben aus dem Vermessungswesen gut verdeutlicht werden.

Die Modellierung periodischer Vorgänge unserer Umwelt (Wechselstrom, schwingende Saite usw.) sollte angesprochen werden.

Stochastik

Beschreibende Statistik[2]

- Statistische Daten erheben, auswerten und in Diagrammen darstellen
- Mittelwerte bestimmen und deuten
- Einfache weitere Kennmaße bestimmen und deuten: häufigster Wert, Median, Spannweite, Abweichungen vom Mittelwert

In nahezu allen Bereichen des täglichen Lebens werden Statistiken oder statistisch belegte Aussagen beim Beurteilen von Sachverhalten herangezogen. Insofern dient die beschreibende Statistik im besonderen Maße zur Verdeutlichung der Anwendbarkeit von Mathematik. Aus zeitlichen Gründen kann man sich auf die wichtigsten Kennmaße wie Mittelwert und Spannweite beschränken.

Zufallsversuche und Wahrscheinlichkeit[3]

- Häufigkeitsverteilungen bei Zufallsversuchen graphisch darstellen und auswerten
- Berechnen und Schätzen von Wahrscheinlichkeiten
- Mehrstufige Zufallsversuche: Pfadregel

Über Experimente (z.B. Münzwurf, Würfeln, Glücksräder) und dem absoluten und relativen Vergleich von Gewinnchancen lassen sich die Begriffe Zufallsversuch, Ergebnis und Wahrscheinlichkeit entwickeln.

* **fakultative Inhalte**

1/2/3: Nur eines dieser Themen ist verbindlich; die Behandlung der anderen Themen ist dann freigestellt.

Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

C Abendgymnasien und Hessenkollegs

C.1 Vorkurs- und Einführungsphase

C.1.1 Ziele und Aufgaben

Studierende, die sich für den Vorkurs oder für die Einführungsphase an Schulen für Erwachsene angemeldet haben, versuchen - oft nach vielen Jahren - einen **Wiedereinstieg in schulisches Lernen**. Sie bringen unterschiedliche **Lebenserfahrungen** sowie heterogene schulische und berufliche Voraussetzungen in die Lerngruppe ein. Zu den gemeinsamen Zielen gehören der Erwerb der **Allgemeinen Hochschulreife** oder der **Fachhochschulreife**. Studierende, die später kein Studium aufnehmen wollen, sollen die Möglichkeit erhalten, Kenntnisse und Fähigkeiten zu erwerben, die sie in eine weitere **berufliche Tätigkeit** einbringen können.

Für den Mathematikunterricht im Vorkurs und der Einführungsphase ergeben sich aus diesen Bedingungen die folgenden Aufgaben:

- Die Studierenden sollen - bei aller Heterogenität der jeweiligen Lerngruppe - wieder an schulische Lernformen heran geführt werden und Gelegenheit erhalten, ihre eigene Rolle als erwachsener Lerner zu reflektieren und neu zu bestimmen (**Integration und Selbstreflexion**).
- Fachliche Defizite aus dem Bereich der Sekundarstufe I sollen im Hinblick auf die spätere Arbeit in der Qualifikationsphase ausgeglichen werden (**Kompensation**).
- Durch die Wiederholung und Neuerarbeitung mathematischen Stoffes soll ein solides anschlussfähiges Wissensfundament gegründet werden und - nunmehr auf höherem Niveau - ein Überblick über die Sachthemen und Arbeitsmethoden des Faches im Hinblick auf die Qualifikationsphase vermittelt werden (**Wissen und Orientierung**).

Die Lerngewohnheiten, mathematischen Kenntnisse und Fähigkeiten der Studierenden sind insbesondere im Bereich des Vorkurses in hohem Maße heterogen entwickelt. Der Mathematikunterricht hat diesen Gegebenheiten im Sinne der didaktisch-methodischen Grundsätze (Abschnitt A.2) sowohl in fachlicher als auch in sozialer und lernpsychologischer Hinsicht Rechnung zu tragen. Die Reflexion des eigenen Werdegangs als Lerner ist die Basis für eine **erwachsenengerechte Unterrichtskultur**, die verständiges Lernen, einen kritischen Vernunftgebrauch, Fähigkeiten der Selbstorganisation und der Selbstregulation des Lernens sowie der Kooperation in Gruppen fördert. Insbesondere der Mathematikunterricht war und ist mit z.T. starken Affekten verbunden, die es als erwachsener Lerner aufzuarbeiten gilt, um eine möglichst **positive Einstellung** zu diesem Fach gewinnen zu können.

Aus fachdidaktischer Sicht sollen im Vorkurs neben einer Einführung in die **Fachsprache** besonders **algebraische Fähigkeiten** (Begriffe und Algorithmen) und **elementare geometrische Kenntnisse** vermittelt werden. In der Einführungsphase werden Vorkursthemen z.T. wieder aufgegriffen (Neubeginner), im Mittelpunkt steht allerdings der **Funktionsbegriff**. Im Sinne eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts sollte der Unterricht möglichst wirklichkeitsnah und in nachvollziehbaren Anwendungszusammenhängen erfolgen. Neben der Vermittlung mathematischer Strukturen ist hierbei die Verzahnung mit dem Alltagswissen und die Einbeziehung fachübergreifender Aspekte wünschenswert. Als Leitlinien dienen die **zentralen Ideen** (siehe A.3). Der Herausarbeitung des **Modellbegriffes kommt** eine besondere Bedeutung zu.

C.1.2 Arbeitsbereiche

C.1.2.a Zahlen, Größen und Arithmetik

Zahlen werden neben den Größen zur Quantifizierung von Umwelterscheinungen herangezogen. Dabei werden sie unterschiedlich verwendet: Zur Angabe von **Mächtigkeiten**, zur **Nummerierung**, zum absoluten und relativen **Vergleich**, als **Maßzahlen** für Größen, zur **Skalierung** und zum **Rechnen**.

Der Umgang mit Zahlen soll die Studierenden dazu befähigen, grundlegende mathematische Begriffe, Zusammenhänge, Arbeitsmethoden und Verfahren kennen zu lernen und ihr erworbenes Wissen in inner- und außermathematischen Situationen flexibel, aber nicht kritiklos anzuwenden.

Die meisten Zahlenangaben in der Umwelt sind gerundete Zahlen oder **Näherungswerte**. In Anwendungssituationen ist es deshalb wichtig, die Genauigkeit von Zahlenangaben kritisch zu prüfen, insbesondere dann, wenn mit gerundeten Zahlen Rechnungen durchzuführen sind (Fehlerfortpflanzung). Dabei soll auch deutlich werden, dass die mathematische Modellierung einer realen Sachsituation stets nur Teilaspekte erfasst.

In Anwendungssituationen besteht im allgemeinen keine Notwendigkeit, die rationalen Zahlen zu erweitern, da es für die Praxis hinreichend genaue Näherungslösungen gibt. Bei der Einführung der **reellen Zahlen** handelt es sich daher mehr um das theoretische Anliegen, **mathematische Existenzprobleme** zu klären. Anhand geometrischer, algebraischer und funktionaler Probleme und auch bei **Konvergenzproblemen** kann das Verständnis für die Einführung der reellen Zahlen geschärft werden.

Obwohl der Umgang mit Zahlen den Studierenden durch Alltagserfahrungen vertraut ist, sind unter der Berücksichtigung mathematischer Aspekte folgende Qualifikationen anzustreben:

- Addieren und Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren rationaler und reeller Zahlen
- Abschätzen von Größenordnungen, Überschlagsrechnungen
- Anwenden von Größen in Sachsituationen
- sichere Beherrschung der Prozent- und Zinsrechnung
- Dezimalzahldarstellung, wissenschaftliche Notation sehr großer und sehr kleiner Zahlen
- verständiger Umgang mit elektronischen Rechenhilfen (Taschenrechner und Computer).

C.1.2.b Terme und Gleichungen

Terme und Gleichungen dienen der **mathematischen Beschreibung** und dem Erfassen von Zusammenhängen. Das Formulieren von Termen und Aufstellen von Gleichungen sind somit ein wichtiger Schritt hin zur **Modellierung** eines gegebenen Sachproblems. Gerade bei dem Übergang von Zahlen zu Termen können sich durch den steigenden Abstraktionsgrad Verständnisschwierigkeiten häufen, so dass es besonders wichtig ist, die anschaulichen Aspekte immer wieder in den Vordergrund zu rücken.

Von **linearen Gleichungen** ausgehend steigen die mathematischen Anforderungen bei **Gleichungen höherer Ordnung**, **Bruchgleichungen**, **biquadratischen** und W**urzelgleichungen** oder **Systemen von linearen Gleichungen**.

Das Umstellen eines Ansatzes nach der gesuchten Größe, allgemein das Lösen von Gleichungen mittels **Äquivalenzumformungen**, setzt eine sichere Beherrschung der dabei benötigten **Termumformungen** voraus. Angestrebte Fähigkeiten im Bereich Termumfor-

Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

mungen sind deshalb immer vor dem Hintergrund ihrer Relevanz für die Äquivalenzumformungen zu sehen.

Durch die Suche nach Lösungen bestimmter Gleichungen kann die Erweiterung der Zahlbereiche von den **natürlichen Zahlen** über die **ganzen Zahlen** zu den **Brüchen** und den **reellen Zahlen** motiviert und strukturiert werden. In diesem Zusammenhang lässt sich die ***Idee der Zahl*** wieder aufgreifen und vertiefen.

Im Mathematikunterricht kommen zunehmend technische Hilfsmittel wie **Computer-Algebra-Systeme** für formale Rechnungen und Übungen zum Einsatz. Diese befreien einerseits von „lästiger“ Symbolmanipulation und verhindern andererseits die „Automatisierung“ und damit sichere **Beherrschung von Grundfertigkeiten** auf diesem Gebiet. Der Einsatz solcher Systeme sollte daher erst nach gewissenhafter Abwägung der Vor- und Nachteile und vor dem Hintergrund der Lernentwicklung der Studierenden erfolgen.

Der Arbeitsbereich Terme und Gleichungen bietet sich besonders dazu an, die Studierenden zur Erhöhung ihrer Problemlösekompetenz mit den folgenden heuristischen Verfahren und Arbeitstechniken vertraut zu machen:

- Anwenden zielgerichteter Probier- und Suchverfahren
- Analogisieren, Spezialisieren, Generalisieren der Aufgabenstellung
- Zurückführen auf bekannte Problemstellungen
- Erstellen und Durchführen eines Lösungsplans
- Prüfen und Reflektieren der Problemlösung und des Lösungsweges.

C.1.2.c Funktionale Zusammenhänge

Die ***Idee des funktionalen Zusammenhanges*** verknüpft Alltagswissen mit einer mächtigen mathematischen Methode. Die Formulierung funktionaler Zusammenhänge ist ein universelles Mittel, messbare Veränderungen in unserer Welt theoretisch zueinander in Beziehung zu setzen und symbolisch zu bearbeiten. Funktionale Abhängigkeiten in Sachbezügen lassen sich häufig in Form von **Tabellen** und **graphischen Darstellungen**, weniger als **Formel** finden. Zur Klärung des Funktionsbegriffs sind deshalb propädeutische Erfahrungen wie der Gebrauch von Wertetabellen und graphischen Darstellungen einzubeziehen. In der mathematischen Darstellung wird hauptsächlich die formelmäßige Beschreibung entwickelt.

Ausgehend von Zuordnungen gelangt man zur Untersuchung linearer und nichtlinearer Funktionen bzw. Gleichungen und auch zu abschnittsweise definierten Funktionen. Je nach Anwendungszusammenhang lassen sich Modellbildungsprozesse initiieren und zugehörige Funktionsklassen erschließen: **lineare Funktionen, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, trigonometrische Funktionen, Exponentialfunktionen** und gegebenenfalls deren **Umkehrfunktionen**.

Im Hinblick auf die Fähigkeit, Zuordnungen bzw. Funktionen in Umweltsituationen zu erkennen und damit umzugehen, sind folgende Qualifikationen anzustreben:

- Informationen aus Tabellen und Graphen entnehmen, deuten und darstellen
- Eigenschaften von Zuordnungen ergründen und deren Interpolierbarkeit beurteilen
- Funktionswerte berechnen, Funktionsgleichungen aufstellen, Funktionsgraphen zeichnen
- Eigenschaften der behandelten Funktionsklassen, wie Monotonie, Symmetrie, Umkehrbarkeit, Periodizität, sowie die Existenz und Lage von Nullstellen und Extremstellen erkennen und anwenden.

Die Behandlung des Funktionsbegriffs bietet eine gute Möglichkeit, *die Idee des mathematischen Modellierens* im Unterricht zu reflektieren. Die ausgewählten Funktionen können in diesem Sinne über entsprechende Sachverhalte und Problemstellungen eingeführt und im weiteren zur Modellierung realer Vorgänge genutzt werden. Hierbei im weiteren zur Modellierung realer Vorgänge genutzt werden. Hierbei sollte untersucht werden, inwiefern verschiedene Funktionen geeignet sind, die Zusammenhänge innerhalb der angesprochenen Problemklassen optimal zu beschreiben.

C.1.2.d Figuren und Körper

Die Studierenden sollen im Geometrieunterricht den Weg von der realen, wahrgenommenen Welt hin zum **"euklidischen Raum"** nachvollziehen. Die Geometrie hilft bei der Unterscheidung und Beschreibung ebener Figuren und räumlicher Gebilde, erlaubt Aussagen über deren grundlegende Eigenschaften, liefert detaillierte **Beschreibungs-** und **Konstruktionsmerkmale** durch die Angabe von Lagebeziehungen und ermöglicht Berechnungen an geometrischen Objekten. Insofern dient die Geometrie in hohem Maße allgemeinbildenden Zielen und der Persönlichkeitsentwicklung; sei es durch die Förderung von Denk- und **Argumentationsweisen**, durch die Entwicklung von **Heuristiken** und Lösungsstrategien oder durch die vielfältigen Anregungen zum **praktischen Tun**. Ebenso dient sie der Entwicklung und Förderung des **räumlichen Vorstellungsvermögens** und zur Schulung der **ästhetischen Wahrnehmung**.

Aufgrund der sehr knapp bemessenen Unterrichtszeit und der Fülle wichtiger Themen kann dem Geometrieunterricht in der Vorkurs- und Einführungsphase nicht der ihm angemessene Raum zugestanden werden. Es ist somit eine **Beschränkung auf wesentliche Inhalte und Ziele** gefordert. Zum Ausgleich sollten geometrische Aspekte im Zusammenhang mit anderen Unterrichtsthemen so oft wie möglich aufgegriffen und hervorgehoben werden.

C.1.3 Themenübersicht Vorkurs

Die vordringlichen Aufgaben des Vorkurses bestehen darin, frühere schulische Erfahrungen aufzugreifen und gegebenenfalls die Ängste und Bedenken der Studierenden abzubauen, so dass eine fachwissenschaftliche Einführung in die Mathematik erleichtert wird. Herstellen von Begründungszusammenhängen, Exaktifizierung der Begriffe, intensives Üben sind die Schwerpunkte des Vorkurses. Sie eröffnen die Möglichkeit, die Studierenden davon zu überzeugen, dass Mathematik nicht das „schwere Fach“ darstellt, welches man nicht verstehen könne. Um Interesse, vielleicht sogar Freude an dem Fach Mathematik neu zu entfachen, ist eine behutsame, auf Anschaulichkeit und Verständnis beruhende Vorgehensweise nötig.
Auf Beschluss der Fachkonferenz können einzelne Inhalte zwischen E1 / E2 und dem Vorkurs ausgetauscht werden, wenn dadurch Wechsel zwischen Schulformen und Schulen nicht unangemessen erschwert werden.

Ziele/Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Einführung in die Sprache der Mathematik/ Begriffsbildung • Aussagen und Aussageformen, Aussagenverknüpfungen • Implikation, Äquivalenz • Mengen	Es wird empfohlen, dieses Thema nicht als selbstständiges Kapitel zu behandeln, sondern immer dann einzustreuen, wenn es im Unterrichtsablauf notwendig wird.
Zahlen und Größen • Zahlbereiche • natürliche Zahlen • Teilbarkeitsregeln, Primzahlzerlegung * • negative Zahlen • Brüche, Dezimalzahlen • Messen und Maßeinheiten • Potenzen mit natürlichen Exponenten • Rechenaufgaben mit Klammern	Im Mittelpunkt dieses Kapitels steht das Rechnen mit Zahlen aus den verschiedenen Zahlbereichen. Die Rechenregeln dürfen nicht nur mechanisch eintrainiert werden, sondern sollen auch mit anschaulichen Vorstellungen verknüpft werden, damit sie verständlich gemacht werden können. Einige ausgewählte Regeln sollen auch bewiesen werden.
Terme und Gleichungen • Addition, Subtraktion und Multiplikation von Termen • Multiplikation von Summen (bin. Formeln) • Faktorisieren • Lineare Gleichungen, • Lineare Ungleichungen * • Textaufgaben • Bruchterme * • Bruchgleichungen *	Der sichere Umgang mit Termen und Gleichungen ist eine wesentliche Voraussetzung für ein erfolgreiches Arbeiten im Fach Mathematik. Dazu ist es besonders wichtig, den Studierenden den Nutzen algebraischer Methoden anhand von Anwendungssituationen zu verdeutlichen und die Einsicht in den Termaufbau und deren Rechenregeln zu fördern.

Geometrische Figuren

- einfache Winkelsätze *
- einfache planimetrische Figuren und ihre Flächeninhalte
- Lehrsätze über das Dreieck *
- Strahlensätze *
- Satz des Pythagoras

Innerhalb dieses Themas sollen die Studierenden ebene Objekte sowie Beziehungen zwischen geometrischen Objekten kennenlernen. Zusammenhänge zwischen den abstrakten Figuren des Unterrichts und den entsprechenden Objekten in der Umwelt sollen so oft wie möglich hergestellt werden. Insbesondere bietet sich dieses Thema auch an, um den Umgang mit Formeln zu schulen und zu vertiefen und damit die Verbindung zu dem vorherigen Thema herzustellen.
Der Satz von Pythagoras kann auch in der E1/E2 im Zusammenhang mit Körpern behandelt werden.

*** fakultative Inhalte**

Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

C.1.4 Themenübersicht Einführungsphase

In der Einführungsphase trifft man auf Studierende mit den unterschiedlichsten Voraussetzungen, insbesondere auch solche, die keinen Vorkurs besucht haben. Dies führt dazu, dass auch Themen des Vorkurses in der Einführungsphase wieder aufgegriffen werden müssen. Eine wichtige Rolle zur Beseitigung der stofflichen Lücken kommt dabei auch den Übungsphasen zu.

Im Mittelpunkt der Einführungsphase steht der Funktionsbegriff, welcher sich hervorragend dazu eignet, aufzuzeigen, dass Mathematik in der Lage ist, reale Probleme zu erfassen und zu lösen. Anwendungsaufgaben sollten sich daher wie ein roter Faden durch den Unterricht ziehen. Die Studierenden sollen zentrale Rechentechniken, wie z.B. Termumformungen, das Lösen von linearen, quadratischen Gleichungen und Gleichungssystemen als unverzichtbare Hilfsmittel zur Lösung dieser Anwendungsaufgaben kennenlernen.

Wenn von den zwei Themen *Winkelfunktionen* bzw. *Exponential- und Logarithmusfunktionen* in der Einführungsphase nur eines behandelt werden kann, so muss dies das Thema *Winkelfunktionen* sein. Das Thema *Exponential- und Logarithmusfunktionen* wird dann in der Qualifikationsphase behandelt.

Ziele/ Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Funktionen als spezielle Zuordnungen • Relationen erarbeiten und graphisch darstellen • Wertetabellen erstellen und den Graphen zeichnen	Dieses Thema kann auch im Zusammenhang mit den später zu behandelnden Funktionen bearbeitet werden, so dass eine eigenständige Bearbeitung nicht unbedingt erforderlich ist.
Lineare Funktionen • Graph • Geradengleichungen • Punkt-Steigungsform, Zwei-Punkte-Form • Parallelität und Orthogonalität • Streckenlänge, Abstand zwischen Punkt und Gerade * • Schnitt zweier Geraden • Gleichungssysteme • Anwendungsaufgaben	Das Thema *Lineare Funktionen* dient dazu, den zentralen Begriff der Funktion zu entfalten. Ausgehend von Anwendungsbeispielen und anknüpfend an proportionale Zuordnungen soll der Funktionsbegriff veranschaulicht werden. Systeme linearer Gleichungen spielen in Wirtschaft, Technik und dem weiteren Bildungsgang eine herausragende Rolle, so dass ausführlich anhand von geeigneten Sachproblemen auf typische Merkmale und Lösungsstrategien eingegangen werden soll. Bei der Behandlung von linearen Gleichungssystemen sind auch Systeme mit mehr als zwei Variablen zu behandeln.

Zahlen und Zahlbereiche

- Reelle Zahlen, Quadratwurzel
- Potenzgesetze **
- Termumformungen bei Wurzeln

Die im Vorkurs behandelten Potenzgesetze für natürliche Exponenten werden auf rationale Exponenten erweitert. Das Einüben der Termumformungen soll sich auf das in den späteren Kursen benötigte Mindestmaß beschränken.
Mit der Einführung der reellen Zahlen finden die Zahlbereichserweiterungen einen vorläufigen Abschluss.

Figuren und Körper *

- Kreis, Kreisteile, π
- Einfache Körper

Innerhalb dieses Themas sollen die Studierenden weitere ebene (vgl. ebene Figuren des Vorkurs), aber auch räumliche Objekte sowie Beziehungen zwischen geometrischen Objekten kennenlernen. Zwischen den im Unterricht behandelten abstrakten Figuren (Kreis, Kreisteile) und Körpern (Quader, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel, Kugel) und den entsprechenden Objekten in der Umwelt sollen so oft wie möglich Zusammenhänge hergestellt werden.

Quadratische Funktionen

- Wertetabelle und Graph
- Quadratische Gleichungen
- Scheitelpunkt- und Normalform
- Nullstellenberechnung
- Schnittpunktaufgaben
- Aufstellen der Funktionsgleichung
- Biquadratische- und Wurzelgleichungen*

Mit Hilfe der quadratischen Funktionen lassen sich viele außermathematische Anwendungssituationen (quadratisches Wachstum, Wurfparabel, ...) beschreiben.
Aufgrund der vielfältigen zukünftigen Anwendungen muss ein Schwerpunkt dieses Kapitels sein, die Lösung quadratische Gleichungen sicher zu beherrschen. Dabei ist die Art der Lösungsstrategie (quadratische Ergänzung oder p-q-Formel) zweitrangig.
Die Behandlung der Scheitelpunktform dient besonders dazu, den Zusammenhang zwischen geometrischen Abbildungen (Strecken, Verschieben, Spiegeln) und den zugehörigen Veränderungen der Funktionsgleichung kennenzulernen.

Trigonometrie und Trigonometrische Funktionen

- Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck und am Einheitskreis
- Sinus-, Kosinus- und Tangensfunktion: Wertetabelle und Graph
- Sinus- und Kosinussatz*****
- Anwendungsaufgaben

Die Winkelfunktionen sind in der ebenen und räumlichen Geometrie sowie in zahlreichen Anwendungsgebieten (z.B. Physik, Technik und Vermessungswesen) unentbehrlich. Der Schwerpunkt dieses Themas muss daher auf dem anwendungsbezogenen Charakter trigonometrischer Funktionen liegen.

Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

Exponential- und Logarithmusfunktionen * • Wertetabellen und Graphen • Aufstellen von Funktionsgleichungen • Logarithmengesetze* • Anwendungsaufgaben	Exponentielle Wachstums- oder Zerfallsprozesse spielen in der Umwelt eine herausragende Rolle. Die Behandlung exponentieller Funktionen bietet im Zusammenhang mit geeigneten Anwendungsbeispielen die Möglichkeiten und die Grenzen mathematischer Modelle aufzuzeigen.

***   fakultative Inhalte**

****   kann auch im Zusammenhang mit Exponential- und Logarithmusfunktionen behandelt werden**

*****   Dieses Thema kann auch in der Qualifikationsphase behandelt werden.**

C.2 Qualifikationsphase

C.2.1 Ziele und Aufgaben

Der Mathematikunterricht in der Qualifikationsphase dient den folgenden Zielen:

- Die Studierenden sollen Gelegenheit bekommen, im Sinne des Abschnitts A.1 ihre Allgemeinbildung zu vertiefen (**vertiefte Allgemeinbildung**).
- Der Unterricht soll wissenschaftspropädeutische Kenntnisse und Einsichten in Stoffgebiete und Methoden der Mathematik vermitteln (**Wissenschaftspropädeutik**).
- Die Studierenden sollen fachliche, methodische und soziale Kompetenzen erwerben, die sie für die Aufnahme eines Studiums oder eine berufliche Weiterentwicklung benötigen (**Studier- oder Weiterbildungsfähigkeit**).

In der Qualifikationsphase werden die Studierenden exemplarisch mit ihnen noch nicht bekannten mathematischen Zusammenhängen konfrontiert. Diese sind im Sinne einer vertieften Allgemeinbildung unverzichtbar und dienen als Grundlage für ein Studium im mathematischen, naturwissenschaftlichen, technischen, medizinischen, wirtschaftswissenschaftlichen Bereich und sind auch wesentliche Elemente in psychologischen und sozialwissenschaftlichen Studiengängen. Neben den **fachlichen Kompetenzen** muss der Mathematikunterricht aber auch **Lern-, Methoden- und Sozialkompetenzen** vermitteln, die zur Lösung von Aufgaben in einer sich beschleunigt entwickelnden Wissensgesellschaft notwendig sind (siehe A.2). Diesen Anforderungen wird in den folgenden Kursbeschreibungen Rechnung getragen.

Der Schwerpunkt des Mathematikunterrichts liegt in der Vermittlung grundlegender Sachverhalte, Strukturen und Arbeitsmethoden im Sinne einer **allgemeinen Wissenschaftspropädeutik** und im Hinblick auf die **Anwendbarkeit über Fachgrenzen** hinaus. Es sollte ein angemessenes Bild der Fachwissenschaft Mathematik in der modernen, in zunehmendem Maße von Wissenschaften bestimmten Welt vermittelt werden. Allgemeine verhaltensbezogene Qualifikationen wie rationales Argumentieren, das Modellbilden, Problemlösefähigkeit und Anschauungsvermögen sind besonders zu fördern.

Darüber hinaus sollte der Unterricht im Sinne einer speziellen Wissenschaftspropädeutik auch in fachwissenschaftliches Denken einführen, indem die Studierenden sich exemplarisch mit wesentlichen, die Komplexität der Mathematik verdeutlichenden Inhalten, Theorien und Modellen beschäftigen und den Stellenwert des Faches reflektieren. Die spezielle Wissenschaftspropädeutik kommt zum Ausdruck in der Breite und Tiefe der behandelten Zusammenhänge, der **Komplexität der Aufgabenstellungen**, dem begrifflich-theoretischen Instrumentarium, dem Niveau der **Exaktifizierung von Begriffen**, dem Anteil an **Beweisführungen**, dem Anteil an **Methodenreflexion** und in dem Maß an **Selbstständigkeit** und **Selbsttätigkeit** der Studierenden.

Der Mathematikunterricht hat zudem eine **berufsorientierende Funktion**. Studierende sollten die Breite mathematischen Denkens und Arbeitens an geeigneten Beispielen kennenlernen und überprüfen können, ob sie sich für einen Beruf geeignet halten, der mathematisches Denken erfordert.

Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

C.2.2 Kursbeschreibungen

Die Kurse der Qualifikationsphase sind in jeweils einen Basisbaustein (Teil 1) und einen oder mehrere Ergänzungsbausteine (Teil 2) unterteilt. Der Zeitbedarf jedes Teils beträgt in der Regel ein drittel bis ein halbes Semester. Eine Ausnahme bildet hier der Kurs *Exponential- und Logarithmusfunktionen*, der als ein Baustein gelten soll.

Jeweils zwei Bausteine werden zu einem Semesterkurs zusammengefügt.

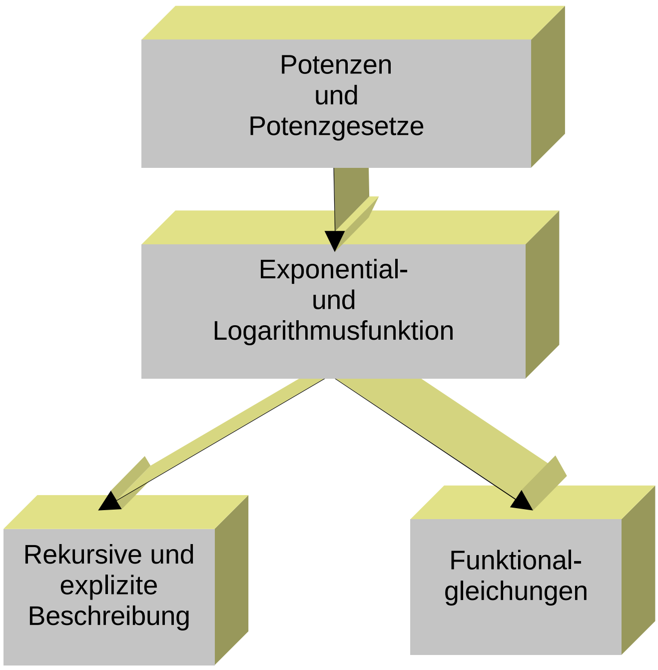
C.2.2.a Exponential- und Logarithmusfunktionen

Innermathematisches Ziel dieses Abschnittes ist es, den für die Studierenden verfügbaren Vorrat an Funktionen zu erweitern und die zugehörigen Definitionen und die Regeln für die Termumformungen einzuführen bzw. zu reaktivieren.

Mit den Potenz- und Exponentialfunktionen wird eine größere Vielfalt von Funktionen verfügbar, die es ermöglicht, Wachstumsprozesse und ihre Mathematisierung in das Zentrum des Unterrichts zu rücken. Fachübergreifende bzw. fächerverbindende Fragestellungen bieten sich hier an. Es lassen sich leicht Bezüge herstellen zu den Naturwissenschaften (z.B. Physik: Zerfallsprozesse; Biologie: Räuber-Beute-Modelle) und zu den Gesellschaftswissenschaften (Bevölkerungswachstum, Folgen des Wachstums).

Mit Hilfe des Computers werden auch komplexere Fragestellungen zugänglich, die ansonsten nicht ohne weiteres bearbeitet werden könnten. So sind mit Hilfe einer Tabellenkalkulation über Differenzengleichungen gegebene, rekursiv beschriebene Wachstumsprozesse einfach zu bearbeiten. Es können hier auch funktionale Abhängigkeiten untersucht werden, für die eine explizite Darstellung durch einen Funktionsterm gar nicht möglich ist.

An dieser Stelle des Mathematikunterrichts bietet sich eine genauere Auseinandersetzung mit der Methode der *Modellierung von Sachverhalten* an. Die behandelten Funktionenklassen sollten hinsichtlich ihrer „Brauchbarkeit“ zur Beschreibung von Problemklassen (Möglichkeiten und Grenzen) gesehen und voneinander und gegenüber den schon früher verfügbaren Methoden (Dreisatz, proportionale und antiproportionale oder quadratische Zuordnungen) abgegrenzt werden.



- Potenzen und Potenzfunktionen

Sofern nicht schon in der Einführungsphase erfolgt, ist es vor der Behandlung der Exponentialfunktionen erforderlich, die Potenzgesetze einzuführen.

Ziele / Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Potenzgesetze für ganzzahlige Exponenten kennen, begründen und anwenden können	Anhand eines einfachen Wachstumsprozesses und seiner Darstellung im Koordinatensystem lassen sich hier im Vorgriff auf die Exponentialfunktionen Sinnhaftigkeit und Notwendigkeit zur Erweiterung des Potenzbegriffs verdeutlichen.
Eigenschaften von **Potenzfunktionen** mit ganzzahligen Hochzahlen kennen und begründen können, die Graphen skizzieren und Eigenschaften der Graphen erläutern können.	Der Zusammenhang zwischen geometrischen Eigenschaften der Graphen und algebraischen Gesetzmäßigkeiten lässt sich hier einfach aufzeigen und begründen. In einfachen Fällen kann auch die Umkehrfunktion bestimmt werden. Potenzfunktionen werden in der Analysis erneut aufgegriffen und genauer untersucht.
Erweiterung des Potenzbegriffs auf **rationale Exponenten** kennen und anwenden können. In Einzelfällen die Regeln begründen können Den **verallgemeinerten Wurzelbegriff**, Rechenregeln hierfür kennen und anwenden können	Potenzen mit rationalen Exponenten sollen als Erweiterung von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten erarbeitet werden, wobei auch hier das Permanenzprinzip als allgemeingültiges Prinzip in der Mathematik angesprochen und im weiteren Verlauf aufgegriffen und genutzt werden sollte.

- Exponential- und Logarithmusfunktionen

Ziele / Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Grundlegende Eigenschaften von **Exponentialfunktionen** kennen und mit Hilfe der Potenzgesetze begründen können Den Zusammenhang zwischen Wachstums- und Zerfallsfunktionen kennen und erklären können	Die Einführung der Exponentialfunktionen sollte anhand geeigneter Sachprobleme (Zellteilung, Bakterienwachstum, radioaktiver Zerfall, ...) erfolgen, wobei die grundlegenden Fragen mathematischer Beschreibung realer Sachverhalte thematisiert werden sollen.
Die Exponentialfunktionen der Gestalt $a \cdot b^{x/p}$ kennen und zur Beschreibung von Sachverhalten anpassen können Die Zahl „e“ als gebräuchliche Basis zur Beschreibung von Wachstumsvorgängen kennen und mit ihr arbeiten können*	Die Besonderheiten und Grundeigenschaften exponentiellen Wachstums werden insbesondere in Abgrenzung zu anderem Wachstumsverhalten deutlich. Lineares, quadratisches und exponentielles Wachstum sollten daher ausgehend von Anwendungsbeispielen gegenübergestellt werden.

Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

Ausgewählte **Logarithmensätze** kennen, begründen und anwenden können **Logarithmusfunktionen** als Umkehrfunktionen der Exponentialfunktionen kennen	Trotz Taschenrechner haben die Logarithmengesetze eine große Bedeutung zur Lösung von Exponentialgleichungen.

*** fakultativer Inhalt**

Für eine weitergehende und vertiefende Problemstellung sind folgende Themen geeignet. Ihre Behandlung ist freigestellt.

- Rekursive und explizite Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsprozessen*

Ziele / Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Rekursive und explizite Darstellungen von Wachstums- und Zerfallsprozessen kennen und zur Untersuchung des Verhaltens von Funktionen nutzen können	Insbesondere mit Hilfe geeigneter Computersoftware (Funktionsplotter, Computer-Algebra-Systeme oder Tabellenkalkulationsprogramme) können die Funktionen unabhängig von der Art ihrer Beschreibung (rekursiv bzw. explizit) dargestellt und untersucht werden. Die Analyse des Wachstumsverhaltens einer Funktion und der zugehörigen Differenzengleichung kann auch als Vorbereitung der Differentialrechnung genutzt werden.

- Funktionalgleichungen*

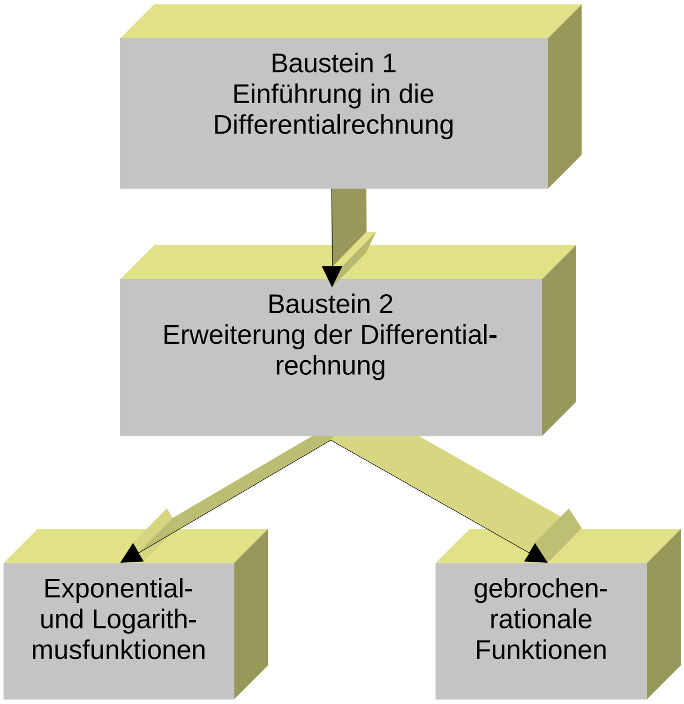
Ziele / Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Funktionalgleichungen der Art $f(a+b)=f(a)\cdot f(b)$ kennen, interpretieren und gegen entsprechende Beziehungen bei anderen Funktionenklassen abgrenzen können	Die Gegenüberstellung verschiedener Funktionenklassen mit Hilfe von Funktionalgleichungen erfordert eine relativ hohe Abstraktionsfähigkeit.

*** fakultative Inhalte**

C.2.2.b Differentialrechnung

Im Mittelpunkt dieses Unterrichtsabschnitts steht der Begriff der „Ableitung“ einer Funktion. Ziel ist es, eine anschauliche Vorstellung vom Differentialquotienten aufzubauen, Folgerungen aus der Definition zu ziehen und die gewonnenen Aussagen in verschiedenen Sachbezügen anzuwenden. Mit dem Differentialquotienten und der Technik des Ableitens lernen die Studierenden ein wirkungsvolles Werkzeug kennen, das es gestattet, funktionale Zusammenhänge und deren Eigenschaften in den Anwendungsbereichen Naturwissenschaften, Technik, Umwelt, Wirtschafts- und Sozialwissenschaften zu untersuchen und zu deuten.

Der Zugang zur Ableitung als Grenzwert des Differenzenquotienten kann direkt, d.h. ohne vorherige Behandlung von Folgengrenzwerten oder Stetigkeit, erfolgen. Die Entwicklung eines intuitiven Grenzwertbegriffes kann durch den Einsatz numerischer Methoden unterstützt werden.



Baustein 1 - Einführung in die Differentialrechnung

Ziele / Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Die Methode des **graphischen Differenzierens** kennen und anwenden können	Anwendungsbezogene Beispiele können die Bedeutung der globalen Untersuchung von Funktionen und die Relevanz markanter Punkte eines Graphen für die Beurteilung der in der Modellierung dargestellten Abhängigkeiten aufzeigen.
Den Begriff **„Ableitung an einer Stelle“** verstehen	Die Ableitung an einer Stelle sollte am Beispiel ganzrationaler Funktionen als Grenzwert des Differenzenquotienten anhand des Tan-

	gentenproblems eingeführt werden. Der Einsatz rechnergestützter numerischer Verfahren (z.B. Taschenrechner, Funktionsplotter oder Tabellenkalkulation) kann die Ausschärfung eines intuitiven Grenzwertbegriffs unterstützen.
Den Begriff **„Differenzierbarkeit“** verstehen	Es sollen auch Beispiele für nicht überall differenzierbare Funktionen betrachtet werden.
Den Zusammenhang zwischen dem Graphen der Funktion und dem Graphen ihrer Ableitung interpretieren und verstehen	Dieser Zusammenhang kann durch das Zeichnen der Ableitungsfunktion zu einem vorgegebenen Funktionsgraphen veranschaulicht werden. Der Einsatz eines geeigneten Computerprogramms bietet einen handlungsorientierten Zugang, um den Zusammenhang zwischen beiden Graphen an verschiedenen Beispielen anschaulich erfahrbar zu machen.
Die **Ableitungsregeln** (Summe, Faktor, Potenz) kennen und anwenden können	Mindestens eine dieser Ableitungsregeln soll hergeleitet werden.
Höhere Ableitungen bestimmen können	Ableitungen ganzrationaler Funktionen werden mittels Ableitungsregeln bestimmt.
Notwendige und hinreichende Kriterien für Monotonie, Existenz von Extrema und Wendepunkten anschaulich begründen und anwenden können	Zur Formulierung und Verifikation kann der Einsatz von Computerprogrammen sehr hilfreich sein.
Kurvendiskussionen durchführen können	Hier genügt die Untersuchung ganzrationaler Funktionen, wobei eine übertriebene Schematisierung unter Vernachlässigung von Begründungen zu vermeiden ist. Die zum Faktorisieren von Termen erforderlichen Rechentechniken (z.B. Polynomdivision) sind an dieser Stelle geeignet zu thematisieren. Beim Einsatz von Computerprogrammen ist darauf zu achten, dass die Aufgabenstellungen diesem Umstand angemessen sind.
Funktionsgleichungen ganzrationaler Funktionen aus vorgegebenen Eigenschaften bestimmen können	Von den drei genannten Aufgabentypen muss wenigstens einer vertieft behandelt werden. Ansonsten genügen wenige charakteristische Beispiele.
Diskussion **ganzrationaler Funktionen** mit Scharparameter durchführen können	
Einfache **Extremwertaufgaben** aus verschiedenen Anwendungsgebieten lösen können	

Baustein 2 - Erweiterung der Differentialrechnung

Außer den ganzrationalen Funktionen soll noch mindestens eine der folgenden Funktionenklassen untersucht werden.

- Exponentialfunktionen

Die Ziele zum Thema *Exponentialfunktionen* können auf verschiedenen didaktischen Wegen erreicht werden. Die Anordnung der Ziele soll hier keine Reihenfolge im Sinne eines Lehrgangs festlegen.

Ziele / Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Eine Definition der **Eulerschen Zahl** kennen Die Ableitung der **e-Funktion** kennen und begründen	
Exponentialfunktionen ableiten können	Der Zusammenhang zwischen einer allgemeinen Exponentialfunktion und der e-Funktion soll hier bewusst gemacht und angewendet werden.
Exponentialfunktionen diskutieren können	In den Funktionstermen sollen auch Parameter auftreten. Spätestens an dieser Stelle sind die zur Diskussion nötigen Ableitungsregeln (Produkt-, Quotienten- und Kettenregel) einzuführen.
Sachaufgaben, die auf Exponentialfunktionen und ihre Ableitungen führen, lösen können *	Auf Idealisierungen bei der Annahme exponentiellen Wachstums bzw. Zerfalls soll besonders eingegangen werden (Modellbildung).

*** fakultative Inhalte**

- Gebrochenrationale Funktionen

Wegen ihrer größeren Anwendungsnähe werden Exponential- und Logarithmusfunktionen stärker empfohlen als die gebrochenrationalen Funktionen.

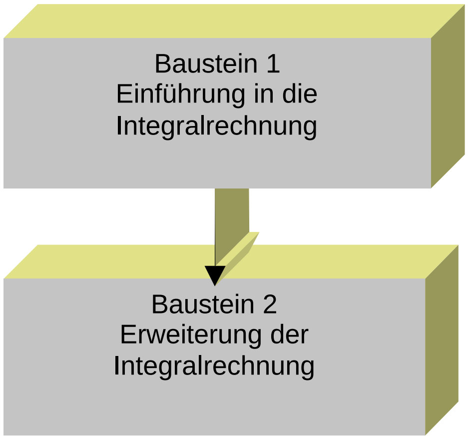
Ziele / Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Gebrochenrationale Funktionen diskutieren können	Spätestens an dieser Stelle sind die zur Diskussion nötigen Ableitungsregeln (Produkt-, Quotienten- und Kettenregel) einzuführen. In den Funktionstermen sollen auch Parameter auftreten. Insbesondere sollten Funktionen untersucht werden, die sich aus Extremwertproblemen ergeben. Werden Computer-Algebra-Systeme oder Programme zur Darstellung von Graphen zu-

	gelassen, müssen die Aufgabenstellungen dem angepasst sein.
Sachaufgaben, die auf gebrochenrationale Aufgaben und ihre Ableitungen führen, lösen können *	

***	fakultative Inhalte**

C.2.2.c Integralrechnung

Im Mittelpunkt dieses Unterrichtsabschnittes steht der Begriff der „Aufleitung“ einer Funktion. Eine zentrale Stellung hat der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung. Dabei ist der Zeitpunkt der Einführung je nach methodischem Einstieg wählbar. Eine frühe Einführung des Hauptsatzes kann hilfreich für die Erarbeitung weiterer Unterrichtsziele sein. Ein Vorziehen der Sachaufgaben an Beispielen ganzrationaler Funktionen und die spätere Einführung des Hauptsatzes ist aber ebenso möglich. Die Sachaufgaben sollen verdeutlichen, dass die Integralrechnung allgemein bei Problemen, deren Lösung den Grenzwert von Summen von Produkten benötigt, eingesetzt werden kann. Eine Ausdehnung der Anwendungsaufgaben auf außermathematische Bereiche ist daher anzustreben.



Baustein 1 - Einführung in die Integralrechnung

Ziele / Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Eine **Definition des Integrals** kennen und geometrisch deuten können	Flächeninhalte unter Funktionsgraphen können als Grenzwerte von Rechtecksummen bestimmt werden. Mit Hilfe eines Computerprogramms lassen sich die Verfahren anschaulich darstellen. Somit besteht auch die Möglichkeit, andere Näherungsverfahren wie die Sehnen-Trapezformel oder die Simpsonsche Regel unter graphischen und numerischen Aspekten kennen zu lernen.
Den **Hauptsatz** der Integral- und Differentialrechnung verstehen	Es genügt, den Hauptsatz aufgrund anschaulicher Beispiele zu erarbeiten.
Faktor-, **Summen-** und **Potenzregel** kennen und damit Integrale berechnen können	Die Regeln lassen sich mit dem Hauptsatz begründen. Einfache Anwendungsaufgaben sollen sich hier anschließen.
Berechnungen von **Flächeninhalten** durchführen können	Hierbei ist zunächst nur an die Behandlung ganzrationaler Funktionen gedacht. Flächen zwischen dem Graphen der Funktion und der x-Achse, auch wenn die Fläche teils unterhalb

Vorbemerkung
Mathematikunterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

	und teils oberhalb der x-Achse liegt, sollen ebenso berechnet werden, wie die Fläche zwischen zwei Kurven, auch die zwischen zwei sich schneidenden Kurven.

Baustein 2 - Erweiterung der Integralrechnung

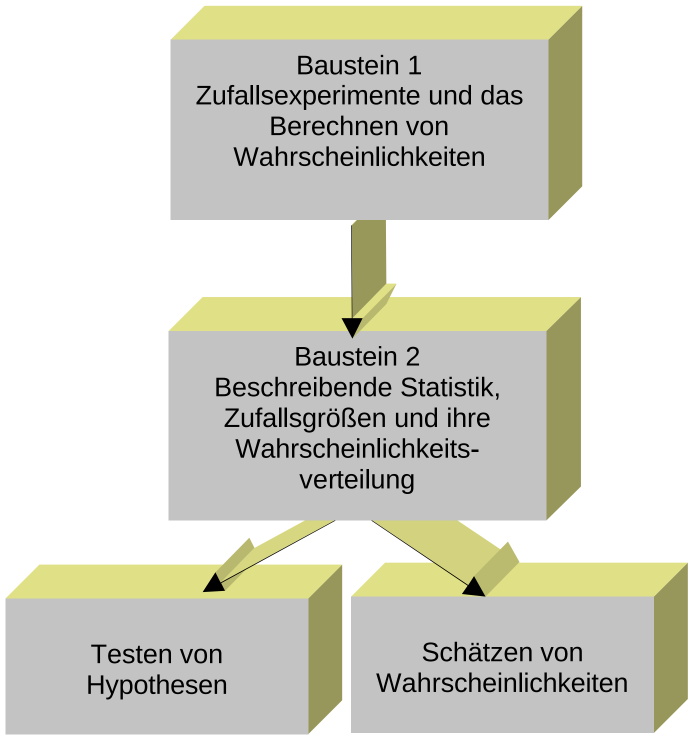
Ziele / Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Berechnung von **Flächeninhalten** bei ganzrationalen Funktionen mit Parametern durchführen können	Parameter können dabei sowohl bei den Funktionstermen als auch bei den Integrationsgrenzen vorkommen.
Berechnungen von Flächeninhalten bei **nicht ganzrationalen Funktionen** durchführen können	Hier soll die Berechnung von Flächeninhalten auf die im Kurs Differentialrechnung behandelte zweite Funktionsklasse erweitert werden. Die dazu erforderlichen Integrationsmethoden (Substitution, partielle Integration, Partialbruchzerlegung)* sind an dieser Stelle bereit zu stellen.
Sachaufgaben, die auf Integrale führen, lösen können *	Die Studierenden sollen erfahren, dass die Integralrechnung nicht nur zur Flächenberechnung dient. Hier bieten sich u.a. an: • Beispiele aus der Physik (Wegberechnung bei nicht konstanter Geschwindigkeit, Berechnung der Arbeit bei nicht konstanter Kraft, ...) • die Berechnung des Volumens von einfachen Rotationskörpern • die Berechnung von Längen krummer Linien • die Berechnung der Schwerpunkte von Flächen und Körpern.

***	fakultative Inhalte**

C.2.2.d Stochastik

Die Studierenden sollen grundlegende Denkweisen und Methoden kennenlernen, die es gestatten, quantitative Aussagen über Chancen und Erwartungen bei Abläufen zu machen, deren jeweiliger Ausgang unbekannt ist. Insbesondere ist die Beschreibung von Anwendungssituationen durch mathematische Modelle zu üben; dabei sollen auch die Grenzen der Modelle erkannt werden. Alle empirischen Fachrichtungen greifen auf stochastische Hilfsmittel zurück, so dass dieses Themengebiet nicht nur Elemente der Vermittlung einer vertieften Allgemeinbildung beinhaltet, sondern auch zur konkreten Studien- und Berufsvorbereitung dient.

Die Inhalte der Stochastik können aufgrund ihres großen Umfangs und der nur beschränkt zur Verfügung stehenden Zeit nur exemplarisch behandelt werden.



Baustein 1 – Zufallsexperimente und das Berechnen von Wahrscheinlichkeiten

In diesem Themengebiet geht es um die Vermittlung der elementaren Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Diese sind unabhängig von der späteren Schwerpunktsetzung zu behandeln, wobei jedoch Umfang und Intensität der einzelnen Themen stark von der Auswahl des weiteren Themengebietes abhängig sind.

Ziele/Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Den Begriff „**Wahrscheinlichkeit**“ verstehen und in Sachzusammenhängen interpretieren können	Hier ist an eine Einführung in die grundlegenden Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung gedacht (Zufallsexperiment, Ereignis, absolute Häufigkeit, relative Häufigkeit, Definition der Wahrscheinlichkeit, ...).

	Die Stabilisierung der relativen Häufigkeit soll an Beispielen erfahren werden (empirisches Gesetz der großen Zahlen). Die Laplace-Wahrscheinlichkeit wird als Spezialfall behandelt.
Berechnung von Wahrscheinlichkeiten	Baumdiagramme, Pfadregeln, Gegenereignis, Additionssatz.
Den Begriff „**bedingte Wahrscheinlichkeit**" verstehen und in Sachzusammenhängen anwenden können	Einer anschaulichen und auf Verständnis zielende Einführung der Begriffe „bedingte Wahrscheinlichkeit", „stochastisch unabhängig/abhängig" kommt eine besondere Bedeutung zu.
Einfache **kombinatorische Hilfsmittel** anwenden und in ausgewählten Fällen begründen können	Geordnete Stichprobe (mit/ohne Zurücklegen), ungeordnete Stichprobe (ohne Zurücklegen). Zählverfahren sollten nur soweit behandelt werden, wie sie für das Verstehen der nachfolgenden Fragestellungen nötig sind.

Baustein 2 – Beschreibende Statistik, Zufallsgrößen und ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung

Ziele/Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Statistische Daten auswerten, ihre zugehörigen Lage- und Streumaße kennen und berechnen sowie in Sachaufgaben anwenden können	Die Häufigkeitsverteilungen sollten in Tabellen und graphisch dargestellt werden. Die Begriffe „Mittelwert", „empirische Varianz" und „empirische Standardabweichung" können an sinnvollen Beispielen aus der Praxis eingeführt werden.
Die Begriffe „**Zufallsgröße**" und „**Wahrscheinlichkeitsverteilung**" kennen und an Beispielen erläutern können	
Die Begriffe „**Erwartungswert**", „**Varianz**" und „**Standardabweichung**" einer diskreten Zufallsgröße kennen und anwenden können	Es kommt vor allem darauf an, dass die Lernenden verstehen, welche Folgerungen aus diesen Begriffen für das Sachproblem zu ziehen sind.
Die Begriffe „**Bernoullikette**" und „**Binomialverteilung**" verstehen und wissen, wie man die Werte einer Binomialverteilung bestimmen kann	Eine explizite Berechnung der Werte einer Binomialverteilung soll nur exemplarisch mit wenigen Stufen durchgeführt werden. Der Einsatz von Computern bei der Behandlung von Sachaufgaben oder zur Simulation ist sicherlich hilfreich.
Sachaufgaben mit Hilfe der Binomialverteilung lösen können	Die Studierenden sollen erfahren, dass viele Zufallsexperimente des täglichen Lebens durch eine Binomialverteilung ausreichend gut modelliert werden können.

Im Sinne einer vertiefenden Anwendung des Begriffes der „Wahrscheinlichkeitsverteilung“ ist eines der beiden Themengebiete verbindlich:

– Testen von Hypothesen

Im Mittelpunkt dieses Themengebietes stehen Sachprobleme, die mit Hilfe des Verfahrens „Testen von Hypothesen“ gelöst werden können. Bei den Sachproblemen kann man sich auf solche beschränken, die durch Binomialverteilungen beschrieben werden.

Ziele/Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Das Vorgehen beim Testen von **Hypothesen** verstehen	
Verstehen, welche Fehlentscheidungen beim **Hypothesentest** auftreten können und wissen, wie man die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet	Besondere Bedeutung kommt der Interpretation des Ergebnisses eines Hypothesentests zu, wobei die Studierenden auch die Grenzen des Verfahrens erkennen sollen.
Sachaufgaben zum Testen von Hypothesen lösen und die Ergebnisse interpretieren können	

– Schätzen von Wahrscheinlichkeiten

Im Mittelpunkt dieses Themengebietes stehen Sachprobleme unterschiedlicher Bereiche, die mit Hilfe des Verfahrens zur Bestimmung von Konfidenzintervallen gelöst werden können.

Ziele/Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Verstehen, wie man Wahrscheinlichkeiten einer binomialverteilten Zufallsgröße näherungsweise mit Hilfe der **Gaußschen Integralfunktion** bestimmt	In diesem Themengebiet ist es besonders wichtig, einen hohen Grad von Anschaulichkeit zu erzeugen. Dies ist u.a. anhand von Histogrammen aber insbesondere durch den Einsatz geeigneter Computerprogramme möglich.
Den Begriff „**Konfidenzintervall**“ verstehen und wissen, wie man ein Konfidenzintervall für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit bestimmt	
Den Zusammenhang zwischen dem **Stichprobenumfang** und der Länge des Konfidenzintervalls verstehen	
Sachaufgaben zu Konfidenzintervallen lösen und die Ergebnisse interpretieren können	

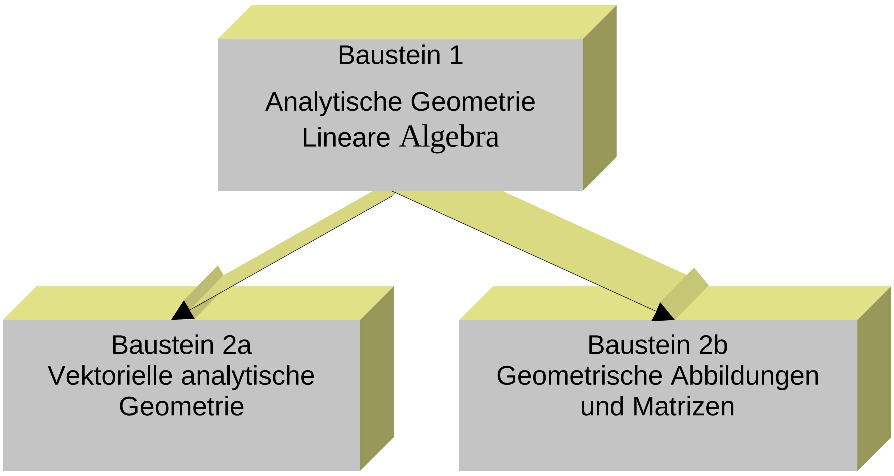
Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

C.2.2.e Lineare Algebra / Analytische Geometrie

Zu dem Themenkreis *Lineare Algebra und Analytische Geometrie* gehören unterschiedliche algebraische und geometrische Inhalte, die auf vielfältige Weise miteinander in Verbindung stehen. Zum Beispiel: Lösungsmengen von linearen Gleichungssystemen, Untersuchungen geometrischer Gebilde im Raum, affine Abbildungen, Matrizen und Vektoren in Anwendungen und die Geometrie der Kegelschnitte. Eine Behandlung aller Inhalte ist aufgrund des beschränkten zeitlichen Rahmens nicht möglich.

Es sind zunächst die Grundlagen für diesen Themenbereich zu erarbeiten. Dazu gehören das Lösen von linearen Gleichungssystemen (ein unentbehrliches Hilfsmittel zur Lösung von mathematischen Fragestellungen) und eine Einführung in die vektorielle analytische Geometrie, die grundlegende Kenntnisse und Fähigkeiten im Umgang mit Vektoren und die Erweiterung des Anschauungsvermögens fördern soll. In diesem Zusammenhang wird die Idee des räumlichen Strukturierens weitergeführt. Ebenso besteht die Möglichkeit, die Idee des Algorithmus aufzugreifen.

Nach der verbindlichen Behandlung des Basisbausteins Analytische Geometrie/Lineare Algebra ist aus den weiteren Bausteinen 2a) bzw. b) einer auszuwählen.



Baustein 1 - Lineare Algebra/Analytische Geometrie

Im Mittelpunkt dieses Unterrichtsabschnitts steht die Vermittlung von Grundkenntnissen über Vektoren sowie die Anwendung von Vektoren zur algebraischen Beschreibung geometrischer Objekte. Die Fortentwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens der Studierenden ist ein weiteres wichtiges Ziel dieses Themengebiets.

Lineare Gleichungssysteme stellen ein unentbehrliches Hilfsmittel zur Bewältigung vieler Sachaufgaben der analytischen Geometrie dar. Es gilt daher, die Kenntnisse der Studierenden zu diesem Thema aufzufrischen und zu erweitern, wobei nicht nur die Durchführung der Lösung, sondern auch deren Interpretation einen hohen Stellenwert besitzen.

Baustein 1 – Basisbaustein

Ziele/Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Zu einem geeigneten Sachproblem entsprechende **lineare Gleichungssysteme** aufstellen und lösen können	Aufgrund der großen Bedeutung dieses Themas ist es notwendig, die Kenntnisse der Studierenden aufzufrischen und zu erweitern. Im Mittelpunkt steht die Lösung von 3x3-Systemen, die Frage der Lösbarkeit sowie die Suche nach einem möglichst günstigen Lösungsweg. An dieser Stelle bietet sich der Gaußsche Algorithmus an, um ein formalisiertes Verfahren kennenzulernen, das leicht auf einen Computer zu übertragen ist. Eine Festlegung auf ein bestimmtes Lösungsverfahren sollte vermieden werden. Bei erhöhtem Rechenaufwand können geeignete Computerprogramme eingesetzt werden.
Den **Vektorbegriff** verstehen und Vektoren addieren, subtrahieren und die S-Multiplikation durchführen können	Die Einführung sollte möglichst anschaulich erfolgen. Beispiele aus der Physik (Strecken, Geschwindigkeit, Kräfte,...) können dabei das Verständnis für den Vektorbegriff fördern. Der Vektorbegriff umfasst hier Ortsvektoren, Pfeilklassen und Zahlentupel. Oftmals werden mit der Addition, Subtraktion und S-Multiplikation auch die Begriffe „Gruppe“, „Abelsche Gruppe“ und „Vektorraum“ eingeführt. Die Verknüpfung von Vektoren mit diesen algebraischen Begriffen setzt ein hohes Maß an Abstraktionsvermögen voraus und ist ein fakultativer Inhalt.
Die Begriffe „**Linearkombination**“ und „linear abhängig/unabhängig“ verstehen und anwenden können	Im Vordergrund soll eine anschauliche Einführung der Begriffe stehen. Es ist wichtig, dass die Studierenden mit den Begriffen „lineare Abhängigkeit“, „kollinear“, „komplanar“, „Basis“ und „Dimension“ räumliche Vorstellungen verbinden können. Der Schwerpunkt dieses Themengebietes soll daher nicht in einer rein abstrakten Behandlung dieser Begriffe liegen.
Die Parameterform der **Geraden-** und **Ebenengleichungen** verstehen und aufstellen können	Zur Veranschaulichung dieses Themas können Computerprogramme eingesetzt werden. Auch das selbständige Zeichnen von Geraden und Ebenen im Koordinatensystem trägt zur Erweiterung des Verständnisses der Studierenden bei.

Baustein 2a - Vektorielle analytische Geometrie

Ziele/Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Die gegenseitige **Lage von Geraden** und **Ebenen** im Raum bestimmen können	Es sollen die Fälle „Gerade-Gerade“, „Gerade-Ebene“ und „Ebene-Ebene“ behandelt werden. Sollten nach der Einführung der Normalenform der Ebenengleichung die beiden letzten Fälle nochmals untersucht werden, so kann hier eine kurze exemplarische Behandlung erfolgen. Geraden- und Ebenenscharen steigern den Abstraktionsgrad.
Das **Skalarprodukt** zweier Vektoren bestimmen und in geometrischen Fragestellungen anwenden können	Die Einführung des Skalarprodukts kann sowohl axiomatisch als auch geometrisch erfolgen. Bei den geometrischen Fragestellungen ist z.B. an die Winkelberechnung, die Überprüfung der Orthogonalität und die Bestimmung orthogonaler Vektoren gedacht. Das Skalarprodukt kann auch als Hilfsmittel zum Beweis elementargeometrischer Sätze (Pythagoras, Thales,...) eingesetzt werden.
Die **allgemeine Normalen-**, die **Hessesche-Normalenform** und die **Koordinatendarstellung** der Ebenengleichung kennen und anwenden können	Als Anwendung sind z.B. die Berechnung des Abstandes eines Punktes zu einer Geraden oder einer Ebene, evtl. auch die Abstandsberechnung zwischen parallelen und zwischen windschiefen Geraden sowie die Lageberechnung zwischen "Gerade-Ebene" und "Ebene-Ebene" einschließlich der Schnittwinkelberechnungen zu verstehen. Die Studierenden sollen auch in die Lage versetzt werden, die verschiedenen Formen der Ebenengleichung ineinander umzuformen.

Von den folgenden Themen ist eines verbindlich.

– Teilverhältnisse

Ziele/Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Teilverhältnisse in ebenen und räumlichen Figuren bestimmen können	In diesem Themengebiet sollen mit Hilfe von Vektorgleichungen Teilverhältnisse berechnet werden. Nach Einführung des affinen Koordinatensystems sollen mittels algebraischer Gleichungen Teilverhältnisse und Teilpunkte berechnet werden. Teilverhältnisse können ferner als Beweismethode elementargeometrischer Sätze eingesetzt werden.

– Vektor- und Spatprodukt

Ziele/Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Definition und Eigenschaften des **Vektorprodukts** kennen und anwenden können	Als Anwendungen des Vektorprodukts sind z.B. Flächenberechnungen, die Findung orthogonaler Vektoren und Abstandsberechnungen zu verstehen.
Definition und Eigenschaften des **Spatprodukts** kennen und anwenden können	Hier soll das Spatprodukt zur Volumenberechnung eingeführt und benutzt werden.

– Determinanten

Ziele/Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Determinanten als Hilfsmittel zur Lösung von Gleichungssystemen anwenden können	Die Studierenden sollen die Determinantenschreibweise und Eigenschaften von Determinanten kennenlernen. Im Mittelpunkt steht die Behandlung von dreireihigen Determinanten. Mit Hilfe der Cramerschen Regel und unter Verwendung des Satzes von Sarrus sollen die Studierenden Gleichungssysteme lösen lernen. In diesem Themengebiet kann auch auf den Gaußschen Lösungsalgorithmus eingegangen werden.

Baustein 2b – Geometrische Abbildungen und Matrizen

In diesem Kurs kann die Verbindung zwischen der Anwendung der Vektorrechnung (algebraische Bestimmung von Bildpunkten) und manuellen Tätigkeiten (zeichnerische Konstruktion von Bildfiguren) hergestellt werden. Ebenso wird die Verbindung zwischen der Geometrie der Sekundarstufe I (Kongruenz- und Ähnlichkeitsabbildungen) und der Vektorrechnung hergestellt. Matrizen werden in zahlreichen Berufszweigen und angewandten Wissenschaften zur Modellierung und Lösung von Sachproblemen eingesetzt, was den Studierenden innerhalb dieses Themengebietes vermittelt werden soll.

Ziele/Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Elementare **Abbildungen** der Ebene und des Raumes mit Hilfe von Vektoren und Matrizen beschreiben	Das Produkt Matrix-Vektor soll hier eingeführt werden. Schwerpunkt ist die Beschreibung von Verschiebungen, Drehungen, Punkt- und Achsenspiegelungen und zentrischen Streckungen. An dieser Stelle kann der Einsatz von Computerprogrammen die Anschaulichkeit erheblich vergrößern.
Abbildungsgleichungen ermitteln und anwenden können	Aufgrund vorgegebener Punkte und deren Bildpunkte ist die Gleichung der Abbildung zu ermitteln. Bei vorgegebener Abbildung sind die Bildpunkte bzw. die Bildgerade zu berechnen.
Die **Verkettung von Abbildungen** als Matrizenprodukt verstehen und anwenden können	An dieser Stelle wird das Produkt von Matrizen eingeführt.
Die **Umkehrabbildung** aufstellen können	Hier wird der Begriff der „inversen Matrix“ und der „Einheitsmatrix“ eingeführt.

Die folgenden Themen vertiefen den Abbildungsaspekt der Matrizenrechnung am Beispiel nicht-geometrischer Probleme.

– Anwendungen der Matrizenrechnung*

Ziele/Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Anwendungen der **Matrizenrechnung** • Produkt Matrix-Vektor • Multiplikation von Matrizen • Invertierung von Matrizen kennenlernen und damit umgehen können.	Mögliche Themenbereiche sind: Erstellen von Computergrafiken Erstellen von Fraktalbildern Tabellen und Listen in der wirtschaftlichen Praxis (z.B. Berechnung von Stückzahlen und Kosten, Stücklistenproblem) Beschreibung von mehrstufigen Prozessen durch Übergangsmatrizen (Fluss in Netzen, Populationsdynamik, Produktionsprozesse, Kaufverhalten, ...)

– Eigenwerte*

Ziele/Inhalte (Sach- und Methodenkompetenz)	Hinweise zur Unterrichtsgestaltung
Eigenwerte und **Eigenvektoren** von Abbildungen aufstellen können	An dieser Stelle werden die Begriffe „Eigenwert“, „Eigenvektor“ und „Eigenraum“ eingeführt. Die elementaren Abbildungen werden um die Euler-Abbildung, die Scherung und die Streckscherung erweitert.

*** fakultative Inhalte**

Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

C.2.3 Mögliche Kursabfolgen

Die Kurse der Qualifikationsphase sind in jeweils einen **Basisbaustein** (Teil 1) und einen oder mehrere **Ergänzungsbausteine** (Teil 2) unterteilt. Der Zeitbedarf jedes Teils beträgt in der Regel ein drittel bis ein halbes Semester.

In einer Kursabfolge müssen die Bausteine ***Differentialrechnung 1, Differentialrechnung 2*** und ***Integralrechnung 1*** sowie entweder ***Stochastik 1*** und ***Stochastik 2*** oder ***Lineare Algebra/Analytische Geometrie 1*** und ***2*** enthalten sein. Darüber hinaus können die **Fachkonferenzen** weitere Bausteine für eine Kursabfolge auswählen und die Reihenfolge der Bausteine insgesamt festlegen (vergleiche Tabelle). Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die Aufgaben der schriftlichen **Abiturprüfung** aus dem Sachgebiet *Analysis* (Differential- und Integralrechnung) sowie einem weiteren der Sachgebiete *Lineare Algebra/Analytische Geometrie* oder *Stochastik* entstammen müssen. Die **Abituraufgaben** beziehen sich immer auf beide oder den zweiten Baustein eines Sachgebiets (Ausnahme: Integralrechnung – s. Tabelle). Abweichend von den in der Tabelle aufgezeigten Möglichkeiten können in der Q4 auch **vertiefende Kurse** angeboten werden. Die Fachkonferenz wählt die Inhalte dieser Kurse auf der Grundlage der beschriebenen Bausteine aus.

Vorschläge für Kursabfolgen

Kurssem.	**Alternative A**	**Alternative B**	**Alternative C**	**Alternative D**
1. Sem	Exp. und Log.	Exp. und Log.	Differential I	Differential I
	Differential I	Differential I	Differential II	Differential II
2. Sem	Differential II	Differential II	Integral I	Integral I
	Integral I	Integral I	Integral II	Integral II
3. Sem	Stochastik I Stochastik II	LAAG I LAAG II	LAAG I LAAG II	Stochastik I Stochastik II
4. Sem	Integral II	Integral II	Stochastik I	LAAG I

C.3 Abiturprüfung

In der Prüfung sollen die Studierenden nachweisen, dass sie in der Lage sind, bei der Lösung einer gestellten Aufgabe die dazu benötigten mathematischen Begriffe, Sätze und Verfahren aus einem geordneten Besitz von Kenntnissen selbstständig auszuwählen und im vertrauten Zusammenhang anzuwenden (**Anforderungsbereich I**), die gelernten mathematischen Methoden und Denkweisen auch auf vergleichbare neue Inhalte und Sachverhalte zu übertragen und dabei in der Prüfung bereits erbrachte Rechnungen und Überlegungen einzubeziehen (**Anforderungsbereich II**). In geringem Umfang sollen in der Prüfung auch neuartige oder komplexere Fragestellungen auf der Basis bekannter Begriffe und gelernter Verfahren bearbeitet werden können (**Anforderungsbereich I**II).

Die Studierenden sollen zeigen, dass sie geeignete Beispiele und Gegenbeispiele finden, konkrete Sachverhalte mathematisieren und mathematische Aussagen an Beispielen konkretisieren, in einfachen Fällen auch verallgemeinern können. Dazu ist die Fähigkeit erforderlich, Probleme in Teilprobleme zu untergliedern, mathematische Sätze richtig einzuordnen und miteinander zu verbinden, mathematische Zusammenhänge zu erkennen sowie die gemeinsame Struktur mathematischer Sachverhalte auszunutzen und bekannte Lösungsmuster auf neue Problemstellungen anzuwenden.

Die Prüfungsteilnehmer und Prüfungsteilnehmerinnen sollen ihre Ausführungen übersichtlich ordnen, wesentliche **Gedankengänge** gegliedert und folgerichtig aufbauen und darstellen und wichtige **Aussagen begründen** können. Dies schließt die angemessene Verwendung der **Fachsprache** und **Symbolik** ein.

Aus der **Korrektur und Bewertung** der schriftlichen Prüfungsarbeiten soll hervorgehen, welcher Wert den von den Studierenden vorgebrachten Lösungen, Untersuchungsergebnissen oder Argumenten beigemessen wird und inwieweit die Studierenden die gestellten Aufgaben gelöst und wo sie die Lösung durch sachliche und logische Fehler beeinträchtigt haben.

Schwerwiegende Fehler und gehäufte Verstöße gegen die **sprachliche Richtigkeit** in der deutschen Sprache oder gegen die **äußere Form** führen zu einem **Abzug** von ein bis zwei Punkten der einfachen Wertung. Diese Regelungen sind sinngemäß auch auf die mündliche Prüfung anzuwenden.

Der im Rahmen der Abiturprüfung geforderte Nachweis von Kenntnissen und Fähigkeiten ist stets vor dem Hintergrund dessen zu sehen, was Schule zu vermitteln vermag, und darf nicht mit den fachwissenschaftlichen Anforderungen der Mathematik verwechselt werden. Die im Unterricht vermittelten Kenntnisse und Fähigkeiten sind umfassender, als sie in einer Prüfung verlangt werden können. Die einzelne Prüfungsaufgabe kann in jedem Fall nur einen Teil der **prüfungsrelevanten Kenntnisse** und **Fähigkeiten** erfassen.

Als **Hilfsmittel** sind sowohl in der schriftlichen als auch in der mündlichen Abiturprüfung unter Beachtung des Grundsatzes der Gleichbehandlung zugelassen:

- eine in der Schule eingeführte mathematische Formelsammlung
- Tabellen zur Stochastik (z.B. Binomialverteilung)
- Taschenrechner

Die erlaubten Hilfsmittel sind im Rahmen der Aufgabenstellung anzugeben. Hierzu gehört auch eine Beschreibung der Leistungsfähigkeit des zugelassenen **Taschenrechners** (nicht programmierbar, formelprogrammierbar, programmierbar, grafikfähig, Computer-Algebra-System).

Vorbemerkung
Mathematik-unterr. an SfE
Ziele und Aufgaben
Did.-meth. Grundsätze
Zentrale Ideen
Neue Medien
AHS / ARS
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen AHS
Themen ARS
AG und HK
Vk- und E-phase
Ziele und Aufgaben
Arbeitsbereiche
Themen VK
Themen E1 E2
Q-Phase
Ziele und Aufgaben
Exp Log
Differential.
Integral
Stochastik
LAAG
Kursabfolgen
Abitur

C.3.1 Schriftliche Prüfung

Die Aufgabe, die insgesamt zu bearbeiten ist, besteht aus **zwei bis drei voneinander unabhängigen Teilaufgaben.** Eine Teilaufgabe muss aus dem Sachgebiet ***Analysis*** sein, eine weitere Teilaufgabe aus einem der Sachgebiete ***Lineare Algebra/Analytische Geometrie*** oder ***Stochastik***. Wird eine dritte Teilaufgabe gestellt, so muss ihr Anforderungsniveau dem der anderen Aufgaben entsprechen und ihr Anteil an der Gesamtwertung darf nicht mehr als 1/3 betragen.

Mit jeder Teilaufgabe soll eine selbstständige, anspruchsvolle **Prüfungsleistung** möglich sein, d.h. **alle drei Anforderungsbereiche** sind jeweils gefordert.

Jede Teilaufgabe wird in der Regel durch eine nicht zu große Zahl von **Arbeitsanweisungen** gegliedert, die nicht beziehungslos nebeneinander stehen sollen. Eine Arbeitsanweisung soll möglichst unabhängig von Ergebnissen vorhergehender Arbeitsanweisungen ausgeführt werden können; dazu können die für die Lösung der folgenden Arbeitsanweisungen erforderlichen **Zwischenergebnisse** in der Aufgabe selbst enthalten sein.

Die Arbeitsanweisungen können abzielen auf

- die Ermittlung konkreter Einzelergebnisse und deren graphische oder zeichnerische Darstellung,
- die Auswertung empirischer Vorgaben,
- die Darstellung und Erläuterung mathematischer Verfahren,
- die Untersuchung vorgegebener mathematischer Objekte auf ihre Eigenschaften,
- den Vergleich verschiedener Ergebnisse, Lösungswege oder Verfahren,
- das Übertragen der Ergebnisse einer Untersuchung auf einen anderen Sachverhalt,
- die Konstruktion geometrischer oder anderer mathematischer Objekte,
- die Durchführung, Vervollständigung oder Prüfung von Beweisen.

Jede Aufgabe soll in ihren Arbeitsanweisungen mehrere der hier genannten Ziele enthalten. Eine ausschließlich aufsatzartig zu bearbeitende Aufgabe ist nicht geeignet.

In der Beschreibung der **erwarteten Leistung** werden unter Bezug auf den vorangegangenen Unterricht und die Arbeitsanweisungen die wesentlichen Gesichtspunkte genannt, die die Studierenden erarbeiten sollen, und die Lösungswege aufgezeigt, die sie nach Einschätzung und Erfahrung des Fachlehrers einschlagen werden. Damit ist nicht ausgeschlossen, dass auch andere Lösungswege eine sachgerechte Bearbeitung der Aufgabe darstellen. Die **unterrichtlichen Voraussetzungen** sind nur soweit zu beschreiben, wie sie für die Lösung der konkreten Aufgabe von Bedeutung sind.

Für jede Teilaufgabe und jede Arbeitsanweisung ist anzugeben, welche Ansprüche an die Selbständigkeit der Studierenden auf der Grundlage des vorangegangenen Unterrichts gestellt werden (**Zuordnung zu den Anforderungsbereichen**) und welchen Anteil sie an der Beurteilung und Bewertung der Gesamtprüfungsleistung hat.

Die Vorgaben zur Berücksichtigung der Anforderungsbereiche sind erfüllt, wenn die Anteile der Anforderungsbereiche an der Gesamtwertung der folgenden Verteilung mit einer Schwankungsbreite von jeweils ±5% genügen:

Anforderungsbereich	I	II	III
Anteil an der Gesamtbewertung	35%	50%	15%

Bewährt hat sich die Vergabe von **Bewertungseinheiten** (BE). Legt man z.B. für die maximal erreichbare Prüfungsleistung 100 BE fest, wird ein einfacher und übersichtlicher Leistungsvergleich ermöglicht.

Die Note „ausreichend“ (**fünf Punkte**) kann erteilt werden, wenn zentrale Aussagen in den Grundzügen erfasst sind, grundlegende Verfahren und Begriffe angewendet werden, die Darstellung im wesentlichen verständlich ausgeführt und erkennbar geordnet ist sowie annähernd die Hälfte **(ab 48 %)** der zu erwartenden Leistungen erbracht wurden.

C.3.2 Mündliche Prüfung

In der mündlichen Abiturprüfung werden grundsätzlich die gleichen **Prüfungsanforderungen** wie in der schriftlichen Prüfung gestellt.

Darüber hinaus geht es in der mündlichen Prüfung um den Nachweis der Fähigkeit, sich in einem **kurzen Vortrag** zusammenhängend und in sprachlich korrekter und angemessener Weise zu äußern, ein **themagebundenes Gespräch** zu führen und dabei auf **Fragen** und **Anregungen** des Prüfers einzugehen und gegebenenfalls eigene sach- und problemgerechte Beiträge zu weiteren Aspekten einzubringen.

Unbeschadet einer prüfungsdidaktisch erforderlichen **Schwerpunktbildung** dürfen sich die zu bearbeitenden Aufgaben **nicht auf die Sachgebiete und Lernziele eines Kurshalbjahres beschränken** und sie dürfen keine inhaltliche Wiederholung der schriftlichen Prüfung sein.

Grundlage für die mündliche Prüfung ist eine begrenzte, gegliederte **Aufgabe**, bei der **Darstellung** und **Begründung** von Sachverhalten und Verfahren im Vordergrund stehen. Mit Rücksicht auf die kürzere Arbeitszeit sind längere Ableitungen und Rechnungen zu vermeiden.

Die Aufgabe soll sowohl eine zusammenhängende Darstellung als auch ein Prüfungsgespräch ermöglichen und sie muss so gestellt sein, dass der Prüfungsteilnehmer, unabhängig von zuvor gezeigten Leistungen, in der mündlichen Prüfung grundsätzlich **jede Note** erreichen kann.