I Dokumentation von Lösungswegen im Fach Physik

Formeln, die in zugelassenen Formelsammlungen aufgeführt sind, müssen nicht hergeleitet werden, es sei denn, dies wird in der Aufgabenstellung ausdrücklich verlangt.

Bei Berechnungen ist zunächst die verwendete Gleichung anzugeben, in diese sind dann die Maßzahlen mit zugehöriger Einheit einzusetzen, im Taschenrechner gespeicherte Naturkonstanten können jedoch als Platzhalter stehen bleiben. Die Angabe eines Endergebnisses allein genügt nicht.

II Schreibweisen in den Prüfungsaufgaben im Fach Mathematik

Die nachfolgenden alternativen Schreibweisen sind im Mathematikunterricht bekannt zu machen. Sie werden in den landeseigenen oder in den vom Institut für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen bereitgestellten Abituraufgaben für das Fach Mathematik verwendet.

Gegenstand	**(Alternative) Schreibweisen**
Analysis	
Funktionsvorschrift	Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f: x \mapsto -\frac{8}{27}x^3 + \frac{2}{3}x^2$. Gegeben ist die (in $\mathbb{R}$ definierte) Funktionen f mit $f(x) = -\frac{8}{27}x^3 + \frac{2}{3}x^2$.
Graph einer Funktion	Der Graph von f wird mit G_f bezeichnet.
Grenzwert	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left((-x^2+5)\cdot e^{-x}\right)=0$
Analytische Geometrie / Lineare Algebra	
Koordinaten im $\mathbb{R}^3$	x, y, z, x_1, x_2, x_3, z.B.: $x+3z=5$, $x_1+3x_3=5$
Skalarprodukt	$\left(\vec{x}-\begin{pmatrix}2\\4\\8\end{pmatrix}\right)\circ\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=0$, $\left(\vec{x}-\begin{pmatrix}2\\4\\8\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=0$
Stochastik	
Gewichte der Binomialverteilung	$P_{0,4}^{100}(30)\approx 1{,}0\,\%$, $B_{100;0,4}(30)\approx 1{,}0\,\%$, $P(X=30)\approx 1{,}0\,\%$ (X ist B(100;0,4)-verteilt.)
	$P_p^n(X=k)$, $B_{n,p}(k)$ oder B(n;p;k)
kumulierte Binomialverteilung	$P_p^n(X\le k)$, $F_{n;p}(k)$ oder F(n;p;k)
	$P_p^n(X\ge k)$, $P(X\ge k)=1-P(X\le k-1)=1-F_{n;p}(k-1)$
	$P_p^n(X<k)$, $P(X\le k-1)=F_{n;p}(k-1)$
	$\sum\limits_{k=0}^{10}\binom{40}{k}\cdot 0{,}29^k\cdot 0{,}71^{40-k}\approx 0{,}36$, $F_{40;0,29}(10)\approx 0{,}36$
Verknüpfung von Ereignissen	$A\cap B$, $A\cup B$, $A\setminus B$, $\overline{A}$, auch: $\overline{\overline{A}\cup B}$

Alle vom IQB bereitgestellten Poolaufgaben ab dem Jahr 2017 sind online abrufbar unter der folgenden URL: https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/

Es ist zu beachten, dass in den Poolaufgaben im Fach Mathematik teilweise Inhalte enthalten sind, die nicht im KCGO vorgesehen sind. Bei der Auswahl von Poolaufgaben für das Landesabitur werden nur Aufgaben ausgewählt, die konform zum KCGO sind. Außerdem können Operatoren auftreten, die nicht in der Operatorenliste für das Landesabitur enthalten sind oder in anderer Bedeutung verwendet werden. Diese werden bei der Übernahme der Aufgaben aus dem Pool entsprechend angepasst.

III Dokumentation von Lösungswegen im Fach Mathematik

Beim Einsatz eines WTR oder CAS bei schriftlichen Leistungsnachweisen sind besondere Anforderungen an die Lösungswegdokumentation in Form schriftlicher Erläuterungen zu stellen, die von den jeweiligen Operatoren abhängig sind:

- *berechnen:*
  durch Rechenoperationen zu einem Ergebnis gelangen und die Rechenschritte dokumentieren

  Es muss ein Rechenweg dokumentiert werden, der **nicht** auf der Nutzung der erweiterten Funktionalitäten eines WTR oder eines CAS, wie sie für den WTR beschrieben sind (vgl. Abschnitt 19.6 des Abiturerlasses in der für den jeweiligen Abiturjahrgang geltenden Fassung), oder der Grafikfähigkeit oder der Computeralgebra-Fähigkeit eines CAS beruht.

- *bestimmen/ermitteln: einen Zusammenhang oder einen möglichen Lösungsweg aufzeigen und das Ergebnis formulieren*

  Alle Funktionalitäten eines WTR oder CAS können benutzt werden; die Nutzung muss dokumentiert werden.

Beispiele zur Lösungsdokumentation

Im Folgenden werden Dokumentationen von Lösungswegen exemplarisch dargestellt. Selbstverständlich sind jedoch Lösungswege, die von den vorgegebenen abweichen, aber dem Operator entsprechend als gleichwertig betrachtet werden können, ebenso zu akzeptieren.

In einem Aufgabenzusammenhang sind die Schnittpunkte der Graphen der beiden Funktionen f und g mit $f(x)=2x^2-3x-4$ und $g(x)=\frac{1}{2}x+1$ gesucht.	
Operator: **berechnen**	Operator: **bestimmen** oder **ermitteln**
$2x^2-3x-4=\frac{1}{2}x+1$ $x^2-\frac{7}{4}x-\frac{5}{2}=0$ $x_{1,2}=\frac{7}{8}\pm\sqrt{\left(\frac{7}{8}\right)^2+\frac{5}{2}}$ $x_1\approx-0{,}932$ $x_2\approx 2{,}682$ in g(x) eingesetzt: $S_1(-0{,}932 \mid 0{,}534)$ $S_2(2{,}682 \mid 2{,}341)$	$2x^2-3x-4=\frac{1}{2}x+1$ $2x^2-\frac{7}{2}x-5=0 \longleftarrow$ Bei Benutzung des solve-Befehls kann diese Zeile entfallen. $x_1\approx-0{,}932$ $x_2\approx 2{,}682$ in g(x) eingesetzt: $S_1(-0{,}932 \mid 0{,}534)$ $S_2(2{,}682 \mid 2{,}341)$

Die Gleichung $e^{x-1}=x+1$ soll gelöst werden.	
Operator: **berechnen**	Operator: **bestimmen** oder **ermitteln**
Die Gleichung ist algebraisch nicht lösbar.	$e^{x-1}=x+1 \Leftrightarrow$ $x_1\approx-0{,}84$ $x_2\approx 2{,}15$ *Hinweis: Ermittelt mit der entsprechenden erweiterten Funktionalität des WTR (solve-Befehl)*

Gesucht ist der Wert des Integrals $\int_1^3 (x^2+1)\,dx$.	
Operator: **berechnen**	Operator: **bestimmen** oder **ermitteln**
$\int_1^3\left(x^2+1\right)dx=\left[\frac{1}{3}x^3+x\right]_1^3$ $=\left(\frac{1}{3}\cdot 3^3+3\right)-\left(\frac{1}{3}\cdot 1^3+1\right)=\frac{32}{3}$ *alternativ:*	$\int_1^3\left(x^2+1\right)dx=\frac{32}{3}$

$F(x)=\frac{1}{3}x^3+x$ $\int_1^3\left(x^2+1\right)dx=F(3)-F(1)=\frac{32}{3}$	

Gesucht ist die Lösung eines LGS.	
Operator: **berechnen**	Operator: **bestimmen** oder **ermitteln**
$\begin{array}{lrcrcrcrl} \text{I} & 2x & - & 3y & - & z & = & -4 & \\ \text{II} & x & - & 2y & - & z & = & -3 & \vert -2\text{II}+\text{I} \\ \text{III} & -3x & + & 9y & + & 3z & = & 15 & \vert 2\text{III}+3\text{I} \end{array}$ $\begin{array}{lrcrcrcrl} \text{I} & 2x & - & 3y & - & z & = & -4 & \\ \text{II} & & & y & + & z & = & 2 & \\ \text{III} & & & 9y & + & 3z & = & 18 & \vert \text{III}-9\text{II} \end{array}$ $\begin{array}{lrcrcrcrl} \text{I} & 2x & - & 3y & - & z & = & -4 & \Rightarrow x=\frac{-4+3\cdot 2+0}{2}=1 \\ \text{II} & & & y & + & z & = & 2 & \Rightarrow y=2-0=2 \\ \text{III} & & & & & -6z & = & 0 & \Leftrightarrow z=0 \end{array}$	$\left.\begin{array}{rcrcrcr} 2x & - & 3y & - & z & = & -4 \\ x & - & 2y & - & z & = & -3 \\ -3x & + & 9y & + & 3z & = & 15 \end{array}\right\} x=1;\ y=2;\ z=0$
Gegeben ist die Binomialverteilung mit den Kenngrößen n = 45 und p = 0,1 und gesucht ist die Wahrscheinlichkeit $P(3\leq X\leq 8)$.	
Operator: **berechnen**	Operator: **bestimmen** oder **ermitteln**
Der Operator wird für obige Aufgabenstellung nicht verwendet, da Wahrscheinlichkeiten wie diese nicht von Hand berechnet werden sollen.	$P(3\leq X\leq 8) = F(45;0{,}1;8) - F(45;0{,}1;2)$ $\approx 0{,}968 - 0{,}159 = 0{,}809$

Für eine binomialverteilte Zufallsgröße X ist bei einer Stichprobe mit Umfang n = 150 die kritische Zahl k gesucht, bis zu der die Nullhypothese H_0: $p \geq 0{,}38$ zugunsten der Gegenhypothese H_1: p < 0,38 bei einem Signifikanzniveau von 5 % verworfen werden kann.	
Operator: **berechnen**	Operator: **bestimmen** oder **ermitteln**
Der Operator wird für obige Aufgabenstellung nicht verwendet.	$P_{H_0}(X \leq k) \leq 0{,}05$ $\Leftrightarrow F_{150;0{,}38}(k) \leq 0{,}05$ $\left.\begin{array}{l} F_{150;0{,}38}(46) \approx 0{,}0373 \\ F_{150;0{,}38}(47) \approx 0{,}0537 \end{array}\right\} \Rightarrow k = 46$

Für eine normalverteilte Zufallsgröße X mit dem Erwartungswert 50 und der Standardabweichung 2 ist die Wahrscheinlichkeit $P(48 \leq X \leq 55)$ gesucht.	
Operator: **berechnen**	Operator: **bestimmen** oder **ermitteln**
Der Operator ist für obige Aufgabenstellung nicht zu verwenden, da Wahrscheinlichkeiten wie diese nicht von Hand berechnet werden müssen.	μ = 50 und σ = 2 $P(48 \leq X \leq 55) \approx 0{,}8351$ *Hinweis: Ermittelt mit der entsprechenden erweiterten Funktionalität des WTR*

Für eine normalverteilte Zufallsgröße X mit dem Erwartungswert 50 und der Standardabweichung 2 ist der Wert k gesucht, für den $P(X \leq k) = 0{,}7$ gilt.	
Operator: **berechnen**	Operator: **bestimmen** oder **ermitteln**
Der Operator ist für obige Aufgabenstellung nicht zu verwenden, da Wahrscheinlichkeiten wie diese nicht von Hand berechnet werden müssen.	$\mu = 50$ und $\sigma = 2$ $P(X \leq k) = \Phi_{50;2}(k) = 0{,}7$ $\Rightarrow k = \Phi_{50;2}^{-1}(0{,}7) \approx 51{,}05$ *Hinweis: Ermittelt mit der entsprechenden erweiterten Funktionalität des WTR*

Stand: 19.05.2021