

Kerncurriculum Fachschule Allgemeiner Lernbereich

Mathematik

Das Deckblatt, die Innenseite des Deckblatts sowie die letzte Umschlagseite werden durch das Referat Publikationsmanagement eingefügt.

Dort wird auch die pdf-Datei erzeugt.

Diese Fassung ist daher **nicht** zur Herausgabe vorgesehen.

Impressum

Kerncurriculum Fachschule - Allgemeiner Lernbereich
Fach Mathematik

Ausgabe 2026

Hessisches Ministerium für Kultus, Bildung und Chancen (HMKB)
Luisenplatz 10
65185 Wiesbaden

Tel.: 0611 368-0

Fax: 0611 368-2099

E-Mail: poststelle.hmkb@kultus.hessen.de

Internet: www.kultusministerium.hessen.de

Vorwort

Die Fachschulen in Hessen gliedern sich in die Fachbereiche Gestaltung, Sozialwesen, Technik und Wirtschaft. Für alle Fachbereiche wurde ein gemeinsames Kerncurriculum für die Fächer Deutsch, Englisch, Mathematik sowie Politik, Wirtschaft, Recht und Umwelt des allgemeinen Lernbereichs und des Wahlpflichtunterrichts beziehungsweise des Zusatzunterrichts entwickelt.

Die Kerncurricula für die Fächer Deutsch, Englisch und Mathematik sind jeweils Grundlage für den Unterricht in allen vier Fachbereichen. Das Kerncurriculum für das Fach Politik, Wirtschaft, Recht und Umwelt ist Grundlage für den Unterricht in den Fachbereichen Gestaltung, Technik und Wirtschaft.

Die Stundenanteile der einzelnen Fächer sind den Stundentafeln in den folgenden Verordnungen in ihren jeweils geltenden Fassungen zu entnehmen (dies gilt auch für den Zusatzunterricht zum Erwerb der Fachhochschulreife):

- Verordnung über die Ausbildung und Prüfung an Ein- und Zweijährigen Fachschulen (FS-APrVO) vom 5. Juli 2011 (ABl. S. 323)
- Verordnung über die Ausbildung und die Prüfungen an den Fachschulen für Sozialwesen (FSSW-APrV) vom 23. Juli 2013 (ABl. S. 554)

Inhaltsverzeichnis

1	Bedeutung der Fachschulen in der Bildungslandschaft.....	6
2	Der Unterricht im allgemeinen Lernbereich	8
2.1	Bildungsverständnis der Fachschulen	8
2.2	Grundlagen des Kerncurriculums und des Unterrichts	10
2.3	Beitrag des Faches zur fachschulischen Weiterbildung.....	11
2.4	Integration fächerübergreifender Aufgabengebiete.....	13
2.5	Kompetenzmodell und kompetenzorientierter Unterricht	16
2.5.1	Kompetenzmodell	16
2.5.2	Struktur des kompetenzorientierten Unterrichts	19
3	Bildungsstandards und Themenfelder	21
3.1	Einführende Erläuterungen.....	21
3.2	Bildungsstandards	22
3.3	Themenfelder.....	26
3.3.1	Arbeit mit den Themenfeldern	26
3.3.2	Aufbau und Übersicht der Themenfelder	27
3.3.3	Themenfelder im Fach Mathematik.....	29
	Themenfeld 1: Arithmetik und Algebra	29
	Themenfeld 2: Gleichungen und Gleichungssysteme	33
	Themenfeld 3: Geometrie.....	37
	Themenfeld 4: Komplexe Zahlen.....	41
	Themenfeld 5: Beschreibende Statistik	45
	Themenfeld 6: Funktionen I.....	49
	Themenfeld 7: Funktionen II	52
	Themenfeld 8: Wachstum und Zerfall.....	55
	Themenfeld 9: Lineare Algebra und analytische Geometrie.....	58
	Themenfeld 10: Stochastik	62
	Themenfeld 11: Differentialrechnung.....	65
	Themenfeld 12: Integralrechnung.....	69

Abkürzungsverzeichnis

CAS: Computer Algebra System

Entwurf

1 Bedeutung der Fachschulen in der Bildungslandschaft

Fachschulen sind Einrichtungen der beruflichen Weiterbildung, schließen an eine berufliche Ausbildung an und führen zu einem staatlichen postsekundären Berufsabschluss. Sie bieten die Möglichkeit zur beruflichen Weiterqualifizierung aus der Praxis für die Praxis und ermöglichen dabei das Erreichen des Niveau 6 des Deutschen Qualifikationsrahmens (DQR).

Absolventinnen und Absolventen der Fachschulen verfügen entsprechend dieses DQR-Niveau 6 über Kompetenzen zur Planung, Bearbeitung und Auswertung von umfassenden fachlichen Aufgaben- und Problemstellungen sowie zur eigenverantwortlichen Steuerung von Prozessen in einem beruflichen Tätigkeitsfeld und tragen neben der Berufsbezeichnung den Zusatz „Bachelor Professional“.

Die Anforderungsstruktur der beruflichen Tätigkeiten angehender Fachschulabsolventinnen und -absolventen ist durch Komplexität und häufige Veränderungen gekennzeichnet. Zielsetzung der Fachschulen ist es, die Absolventinnen und Absolventen für diese anspruchsvollen beruflichen Aufgaben zu qualifizieren. Dabei liegt ein besonderes Augenmerk auf der Förderung des wirtschaftlichen Denkens und verantwortlichen Handelns in Führungspositionen und der damit verbundenen Fähigkeit zu konstruktiver Kritik und der Bewältigung von Konflikten. Die Studierenden erlernen und vertiefen in der Weiterbildung das selbstständige Erkennen, Strukturieren, Analysieren und Beurteilen von Problemen des Berufsbereichs und deren Lösung. Darüber hinaus soll die Bereitschaft zur beruflichen Selbstständigkeit und zur Stärkung des unternehmerischen Denkens gefördert werden. Nicht zuletzt vertiefen die Studierenden ihre Fähigkeiten, sprachlich sicher – auch in der Fremdsprache Englisch – zu agieren, um in allen Kontexten des beruflichen Handelns bestehen zu können.

Ein weiteres Ziel der Fachschulen ist die Förderung der Studierfähigkeit der Absolventinnen und Absolventen unter anderem durch das Erlernen grundlegender wissenschaftspropädeutischer Methoden und Denkweisen. In diesem Zusammenhang können sie die Fachhochschulreife nach Maßgabe der Vereinbarung über den Erwerb der Fachhochschulreife in beruflichen Bildungsgängen (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 5. Juni 1998 in der jeweils gültigen Fassung) erwerben, wenn sie die Fachschule erfolgreich abgeschlossen, an einem Zusatzunterricht zur Erlangung der Fachhochschulreife teilgenommen und eine Zusatzprüfung bestanden haben. Für den Erwerb der Fachhochschulreife sind neben dem Unterricht im beruflichen Lernbereich auch die Fächer Deutsch, Englisch, Mathematik sowie Politik, Wirtschaft, Recht und Umwelt des allgemeinen Lernbereichs maßgeblich. Die Zusatzprüfung ist entweder im Fach Englisch oder im Fach Mathematik abzulegen. Weitere Details sind den beiden Verordnungen (FS-APrVO und FSSW-APrV) zu entnehmen.

Die auf diesem Weg erworbene Fachhochschulreife berechtigt in allen Ländern der Bundesrepublik Deutschland zum Studium an einer Hochschule für angewandte Wissenschaften. Zudem berechtigt sie in Hessen zu einem Studium in einem gestuften Studiengang an einer Universität oder der Hochschule Geisenheim.

2 Der Unterricht im allgemeinen Lernbereich

2.1 Bildungsverständnis der Fachschulen

Das vorliegende Kerncurriculum für den allgemeinen Lernbereich der Fachschulen orientiert sich am aktuellen Anspruch beruflicher Bildung, Menschen auf der Basis eines umfassenden Verständnisses handlungsfähig zu machen, ihnen also nicht allein Wissen oder Qualifikationen, sondern Kompetenzen zu vermitteln. Der Erwerb von Kompetenzen bildet die Grundlage für ein kontinuierliches und erfolgreiches Weiterlernen. Dadurch wird es möglich, ein Leben lang und in verschiedenen Lebensbereichen lernend zu handeln.

Der Unterricht in den Fächern des allgemeinen Lernbereichs eignet sich neben der Förderung von Fachkompetenzen ebenso zur Förderung personaler Kompetenzen und dient damit der Erweiterung berufsübergreifender Kompetenzen. Die Einbeziehung des allgemeinen Lernbereichs in komplexe Aufgabenstellungen mit fachlichen Bezügen stellt die Verzahnung mit dem beruflichen Lernbereich sicher und bereitet die Studierenden auf die Anforderungen der modernen Arbeits- und Lebenswelt vor. Das Erlernen grundlegender wissenschaftspropädeutischer Methoden und Denkweisen befähigt die Studierenden zudem zur Aufnahme eines Studiums.

Darüber hinaus fördert der Unterricht jene überfachlichen Kompetenzen, die in einer modernen Gesellschaft von zentraler Bedeutung sind. Hierbei spielen beispielsweise die fächerübergreifenden Aufgabengebiete **Bildungssprache Deutsch, Werte- und Demokratiebildung, Digitalität sowie Umweltbildung und Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE)** eine wichtige Rolle (Näheres siehe Kapitel 2.4). Die Integration dieser Aufgabengebiete/Querschnittsthemen in den allgemeinen Lernbereich trägt in besonderer Weise dazu bei, die Persönlichkeitsentwicklung der Studierenden ganzheitlich zu fördern und sie im Hinblick auf die Herausforderungen einer komplexen, globalisierten und digital geprägten Welt weiterzubilden. Der Unterricht zielt darauf ab, sowohl die berufliche als auch die gesellschaftliche Handlungskompetenz der Studierenden zu stärken, damit sie aktiv zur Gestaltung einer nachhaltigen und demokratischen Gesellschaft beitragen können.

Auch **Künstliche Intelligenz (KI)** ist von übergreifender Bedeutung für die fachschulische Weiterbildung. Der Unterricht soll Studierende dazu befähigen, die Potenziale und Herausforderungen der Anwendung von KI zu erkennen, kritisch zu reflektieren und ihre

Wirkungsmöglichkeiten sowie Grenzen differenziert einzuschätzen, um einen konstruktiv-kritischen Umgang mit diesen Technologien zu entwickeln. Die Studierenden nutzen dabei digitale Werkzeuge zur Organisation von Lernprozessen, zur Ergebnisdarstellung sowie zur digitalen Kommunikation und Vernetzung. Digitale Werkzeuge bieten zudem die Möglichkeit, auf die Bedürfnisse von Menschen mit Beeinträchtigungen einzugehen, indem barrierefreie Lernmaterialien und unterstützende Technologien bereitgestellt werden. Darüber hinaus sollen Studierende dazu befähigt werden, KI-Systeme zielgerichtet zu nutzen, Informationsquellen kritisch zu prüfen und Falsch- sowie Desinformation zu erkennen. Für das „Lernen über KI“ sind neben grundlegender informatischer Bildung auch die Klärung ethischer und rechtlicher Rahmenbedingungen notwendig. Schließlich sollen die Studierenden den Einfluss digitaler Kommunikation auf das eigene Erleben, die soziale Interaktion und persönliche Erfahrungen wahrnehmen und die damit verbundenen Chancen und Risiken in unterschiedlichen Lebensbereichen (Alltag, Beruf, soziale Beziehungen, Kultur, Politik) erkennen, reflektieren und berücksichtigen.

2.2 Grundlagen des Kerncurriculums und des Unterrichts

Das vorliegende Kerncurriculum für den allgemeinen Lernbereich der Fachschulen orientiert sich an dem DQR-Niveau 6. Der Kompetenzbegriff im Zentrum des DQR bezeichnet die Fähigkeit und Bereitschaft des Einzelnen, Kenntnisse und Fertigkeiten sowie persönliche, soziale und methodische Fähigkeiten zu nutzen und sich durchdacht sowie individuell und sozial verantwortlich zu verhalten. Kompetenz wird in diesem Sinne als umfassende Handlungskompetenz verstanden (Vgl. *Handbuch DQR*, S. 45).

Der DQR unterscheidet dabei zwei grundlegende Dimensionen: Fachkompetenz, unterteilt in Wissen und Fertigkeiten sowie personale Kompetenz, unterteilt in Sozialkompetenz und Selbstständigkeit (Vier-Säulen-Struktur). Methodenkompetenz wird im Sinne des DQR als Querschnittskompetenz verstanden. (Vgl. *Arbeitskreis Deutscher Qualifikationsrahmen (2011): Deutscher Qualifikationsrahmen für lebenslanges Lernen*, S. 4.)

Dieses Verständnis von Kompetenz steht in engem Zusammenhang mit der Handlungsorientierung als ein Konzept zur Gestaltung von Unterricht. Sie zielt darauf ab, die Verknüpfung zwischen Denken und Handeln im Lehr- und Lernprozess zu stärken. Für die Fächer des allgemeinen Lernbereichs bedeutet dies, Lerninhalte so einzubetten, dass sie ganzheitlich und praxisnah erlebt werden können. Ein zentraler Ansatz hierbei ist die Orientierung des Unterrichts an komplexen, problemorientierten und realitätsnahen Aufgabenstellungen, die fächerübergreifend relevant sind und einen engen Bezug zur Beruflichkeit haben. Dies befähigt die Studierenden, den Anforderungen einer sich ständig wandelnden Arbeitswelt erfolgreich zu begegnen und darauf in ihrer weiteren Berufsbiographie aufbauen zu können.

2.3 Beitrag des Faches zur fachschulischen Weiterbildung

Mathematische Grundlagen stellen ein zentrales verbindendes Element zwischen den verschiedenen Fachbereichen dar. Sie bilden die Basis für fachübergreifendes Denken und methodisches Arbeiten. Zu diesen Grundlagen gehören insbesondere das logische Denken, die Fähigkeit zur Abstraktion sowie der sachgerechte Umgang mit grundlegenden algebraischen und geometrischen Konzepten. Ziel ist die Entwicklung eines analytischen Denkens, das die systematische Bearbeitung komplexer Fragestellungen ermöglicht. Dabei lernen die Studierenden, Probleme in Teilaspekte zu gliedern, strukturierte Lösungswege zu entwickeln und diese auf unterschiedliche Anwendungsbereiche zu übertragen. Diese Kompetenzen sind für die Bewältigung sozialer, gestalterischer, technischer und wirtschaftlicher Herausforderungen gleichermaßen von Bedeutung.

Darüber hinaus ist die Fähigkeit zur mathematischen Modellierung in allen Fachbereichen von Bedeutung. Ob es sich um die Darstellung sozialer Dynamiken, die Visualisierung gestalterischer Konzepte, die Simulation technischer Prozesse oder die Abbildung wirtschaftlicher Zusammenhänge handelt – die Grundprinzipien der mathematischen Modellierung finden überall Anwendung.

Ein weiterer gemeinsamer Aspekt ist die Nutzung digitaler Werkzeuge und Software zur Lösung mathematischer Probleme. In allen Fachbereichen wird zunehmend mit spezialisierter Software gearbeitet, deren effektive Nutzung ein solides mathematisches Verständnis voraussetzt. Schließlich sind Interpretationen und kritische Bewertungen von Daten und Ergebnissen eine übergreifende Kompetenz. Ob in sozialen, gestalterischen, technischen oder wirtschaftlichen Kontexten – die Fähigkeit, Zahlen und Statistiken korrekt zu interpretieren und in den jeweiligen fachlichen Kontext einzuordnen, ist unerlässlich.

Im **Fachbereich Gestaltung** wird Mathematik insbesondere in den Bereichen geometrischer Konstruktionen und Transformationen, Proportionsberechnungen und Maßstabsanpassungen sowie Farbmischungen und Farbberechnungen relevant. Diese mathematischen Fähigkeiten sind unerlässlich für die präzise und kreative Arbeit in gestalterischen Berufen.

Im **Fachbereich Technik** steht die Anwendung mathematischer Konzepte in technischen Zusammenhängen im Vordergrund. Besonders hervorzuheben sind hier die Berechnung

technischer Parameter, die Analyse von Prozessen und Systemen sowie die Nutzung mathematischer Modelle in technischen Projekten. Diese Kompetenzen bilden das Fundament für ein tiefgreifendes Verständnis technischer Abläufe und Innovationen.

Im **Fachbereich Wirtschaft** findet Mathematik vor allem in wirtschaftlichen Kontexten Anwendung. Dazu gehören Kosten- und Ertragsrechnungen, statistische Analysen von Marktdaten sowie finanzielle Modellierungen und Prognosen. Diese mathematischen Werkzeuge befähigen die Studierenden, ökonomische Zusammenhänge zu verstehen und fundierte betriebswirtschaftliche Entscheidungen zu treffen.

Im **Fachbereich Sozialwesen** liegt der Fokus zur Anwendung der Mathematik in sozialen Kontexten. Dies umfasst beispielsweise die statistische Auswertung sozialer Daten, Berechnungen im Rahmen sozialpädagogischer Projekte und die Analyse demographischer Entwicklungen. Die mathematischen Kompetenzen unterstützen hier die Studierenden bei der Erfassung und Interpretation komplexer sozialer Zusammenhänge.

2.4 Integration fächerübergreifender Aufgabengebiete

In der heutigen Bildungslandschaft ist es bedeutsam, dass Fachschulen nicht nur fachspezifisches Wissen vermitteln, sondern auch übergreifende Kompetenzen fördern. Die fächerübergreifenden Aufgabengebiete **Bildungssprache Deutsch, Werte- und Demokratiebildung, Digitalität sowie Umweltbildung und Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE)** bieten hierbei wertvolle Ansätze, indem die Studierenden ihre Kompetenzen in Bezug auf die Herausforderungen der modernen Gesellschaft erweitern.

Bildungssprache Deutsch: Deutsch als Bildungssprache ist ein spezifisches sprachliches Register, das sich vom Alltagssprachgebrauch unterscheidet und für den Bildungs- und Berufserfolg von zentraler Bedeutung ist. Im Unterricht im Fach Mathematik wird die Bildungssprache Deutsch durch die präzise Verwendung mathematischer Fachbegriffe, die klare Formulierung von Argumentationen und die strukturierte Darstellung von Lösungswegen gefördert. Dies unterstützt nicht nur das mathematische Verständnis, sondern auch die allgemeine sprachliche Kompetenz der Studierenden. Das Beherrschen der Bildungssprache Deutsch ist der Schlüssel zu schulischem Erfolg und gesellschaftlicher Teilhabe, weshalb der Stärkung bildungssprachlicher Kompetenzen eine zentrale Bedeutung im Bildungsprozess zukommt. Die Bildungssprache Deutsch als Bildungssprache ist ein spezifisches sprachliches Register, das sich vom Alltagssprachgebrauch unterscheidet und für den Bildungs- und Berufserfolg von wesentlicher Bedeutung ist. Im Mathematikunterricht wird die Bildungssprache durch die präzise Verwendung mathematischer Fachbegriffe, die klare Formulierung von Argumentationen und die strukturierte Darstellung von Lösungswegen gefördert. Dies fördert nicht nur das mathematische Verständnis, sondern stärkt auch gezielt die bildungssprachliche Kompetenz der Studierenden.

Digitalität: Die Förderung von Medienkompetenz sowie der reflektierte Umgang mit der digitalen Welt erfolgen im Mathematikunterricht durch den gezielten und inhaltlich abgestimmten Einsatz digitaler Werkzeuge. Hierzu zählen insbesondere Taschenrechner mit erweiterten Funktionalitäten, dynamische Geometriesoftware, Funktionenplotter, Computeralgebrasysteme sowie spezialisierte Software für Statistik und Stochastik. Ebenso kommen integrierte Anwendungen zum Einsatz, die mehrere dieser Funktionalitäten vereinen (modulare Mathematikssysteme, MMS).

Vor dem Hintergrund der zentralen Bedeutung insbesondere der beschreibenden Statistik und der Stochastik ist der Einsatz geeigneter, leistungsfähiger Werkzeuge verbindlich vorzusehen, um den Anforderungen eines anspruchsvollen Kompetenzniveaus sowie einer wissenschaftspropädeutischen Ausbildung gerecht zu werden. Der Einsatz erfolgt im Rahmen einer praxisnahen und anwendungsorientierten Vermittlung mit dem Ziel, die Studierenden auf die Anforderungen des beruflichen Alltags vorzubereiten sowie ihre Befähigung zu weiterführenden Studien und beruflicher Qualifikation nachhaltig zu unterstützen.

Werte- und Demokratiebildung: Im Unterricht im Fach Mathematik kann beispielsweise durch die Auswertung statistischer Analysen und Wahrscheinlichkeitsrechnung die Werte- und Demokratiebildung gestärkt werden, indem gesellschaftliche Prozesse kritisch hinterfragt werden. Beispielsweise hilft die Analyse von Wahlsystemen und die Interpretation von Umfrageergebnissen den Studierenden, politische Prozesse besser zu verstehen und einzuordnen.

Umweltbildung und Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE): Der Unterricht im Fach Mathematik bietet eine ideale Plattform, um überfachliche Kompetenzen in den Bereichen Umweltbildung und Bildung für nachhaltige Entwicklung zu fördern. Durch die Integration dieser Inhalte in den Unterricht wird den Studierenden ermöglicht, ökologische, ökonomische und soziale Zusammenhänge mithilfe mathematischer Modelle zu analysieren. Beispielsweise können statistische Daten zu Nachhaltigkeitsthemen kritisch ausgewertet oder Größenvorstellungen im Kontext globaler Herausforderungen entwickelt werden. Durch solche Unterrichtsmaßnahmen lernen die Studierenden, komplexe Zusammenhänge zu verstehen und verantwortungsbewusst zu handeln, was für ihr zukünftiges berufliches und akademisches Leben von Bedeutung ist.

Entwurf

2.5 Kompetenzmodell und kompetenzorientierter Unterricht

2.5.1 Kompetenzmodell

Das Kompetenzmodell verbindet **Kompetenzbereiche** mit mathematischen **Leitideen** (siehe Kapitel 2.5.2). Es ist Grundlage für die Formulierung von Bildungsstandards und für die Planung der Unterrichtsinhalte.

Die erfolgreiche Bewältigung komplexer Handlungs- und Problemsituationen im Unterricht im Fach Mathematik erfordert das ständige Zusammenspiel von allgemeinen kognitiven Fähigkeiten, fach- und berufsspezifischem Wissen (aufgebaut und vernetzt gemäß den Leitideen) sowie mathematischen Fertigkeiten, wie sie in den Bildungsstandards beschrieben sind. Die Inhalte des Faches sind daher stets im Zusammenhang mit den Kompetenzbereichen und Leitideen zu sehen. Nur ihre enge Verzahnung ermöglicht eine mathematische Bildung, die zugleich anwendungsorientiert und theoretisch fundiert ist.

Kompetenzbereiche beschreiben allgemeine fachliche Kompetenzen, also grundlegende kognitive Fähigkeiten und mathematische Fertigkeiten. Diese sind zwar fachspezifisch geprägt, aber nicht an bestimmte Inhalte gebunden. Sie werden von den Studierenden durch die aktive Auseinandersetzung mit konkreten mathematischen Fragestellungen erworben und zeigen sich in jedem einzelnen Lerninhalt.

Das Kompetenzmodell basiert auf übergeordneten Kompetenzbereichen, die die Studierenden befähigen, mathematische Methoden und Denkweisen in fachlichen, beruflichen und alltäglichen Kontexten sicher und reflektiert anzuwenden. Es beschreibt, welche mathematischen Kompetenzen Lernende aufbauen und anwenden sollen, um anspruchsvolle fachliche und berufliche Anforderungen bewältigen zu können.

Die Kompetenzen werden nicht getrennt nebeneinander aufgebaut, sondern in typischen unterrichtlichen und beruflichen Handlungssituationen stets im Verbund gefordert und gefördert. Lernarrangements im Fach Mathematik sind daher so zu gestalten, dass Lernende mit realitätsnahen Aufgabenstellungen arbeiten, Lösungswege eigenständig entwickeln, Ergebnisse begründen und in fachangemessener Sprache darstellen. Leistungsanforderungen in Unterricht und Prüfung orientieren sich daran, in welchem Umfang die Studierenden die mathematischen Kompetenzen zunehmend selbstständig, reflektiert und sicher in verschiedenen Kontexten nutzen können.

Mathematisch argumentieren (K1): Zu diesem Kompetenzbereich gehören sowohl das Entwickeln eigenständiger, situationsangemessener mathematischer Argumentationen und Vermutungen als auch das Verstehen und Bewerten gegebener mathematischer Aussagen. Das Spektrum reicht dabei von einfachen Plausibilitätsargumenten über inhaltlich-anschauliche Begründungen bis hin zu exemplarisch durchgeführten rechnerischen Beweisen. Typische Formulierungen, die auf die Kompetenz des Argumentierens hinweisen, sind beispielsweise „Begründen Sie!“, „Widerlegen Sie!“, „Gibt es ...?“ oder „Gilt das immer?“.

Probleme mathematisch lösen (K2): Dieser Kompetenzbereich befähigt die Studierenden dazu, ausgehend vom Erkennen und Formulieren mathematischer Probleme, geeignete Lösungsstrategien sowie passende Lösungswege zu finden und auszuführen. Das beginnt mit der Anwendung bewährter Methoden und reicht bis zur Entwicklung neuer Lösungsstrategien. Heuristische Prinzipien, wie beispielsweise „Skizze anfertigen“, „systematisch probieren“, „zerlegen und ergänzen“, „Symmetrien verwenden“, „Extremalprinzip anwenden“ sowie „vorwärts und rückwärts arbeiten“, werden gezielt ausgewählt und angewendet.

Mathematisch modellieren (K3): Dieser Kompetenzbereich ermöglicht den Wechsel zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden. Hierzu gehört sowohl das Konstruieren passender mathematischer Modelle als auch das Verstehen oder Bewerten vorgegebener Modelle. Typische Teilschritte des Modellierens sind das Strukturieren und Vereinfachen gegebener Realsituationen, das Übersetzen realer Gegebenheiten in mathematische Modelle sowie das Interpretieren mathematischer Ergebnisse und das Überprüfen von Ergebnissen im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit in Bezug auf Realsituationen. Das Spektrum reicht von Standardmodellen (beispielsweise bei linearen Zusammenhängen) bis hin zu einfachen Modellierungen (beispielsweise bei Brückenbögen oder Veränderungsprozessen).

Mathematische Darstellungen verwenden (K4): Dieser Kompetenzbereich umfasst das Auswählen geeigneter Darstellungsformen, das Erzeugen mathematischer Darstellungen und das Umgehen mit gegebenen Darstellungen. Hierzu zählen Diagramme, Graphen und Tabellen ebenso wie Formeln. Das Spektrum reicht von Standarddarstellungen (beispielsweise Wertetabellen) bis hin zu eigenen Darstellungen, die dem Strukturieren und

Dokumentieren individueller Überlegungen dienen und die Argumentation und das Problemlösen unterstützen.

Mit Mathematik symbolisch/formal/technisch umgehen (K5): Dieser Kompetenzbereich beinhaltet in erster Linie das Ausführen von Operationen mit mathematischen Objekten wie Zahlen, Größen, Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen sowie Vektoren und geometrischen Objekten. Das Spektrum reicht hier von einfachen und überschaubaren Routineverfahren bis hin zu schwierigen Verfahren einschließlich deren reflektierender Bewertung. Diese Kompetenz umfasst auch die Nutzung von Faktenwissen und grundlegendem Regelwissen für ein zielgerichtetes und effizientes Bearbeiten von mathematischen Aufgabenstellungen, auch mit eingeführten Hilfsmitteln und digitalen Mathematikwerkzeugen.

Mathematisch kommunizieren (K6): Zu diesem Kompetenzbereich gehören sowohl das Entnehmen von Informationen aus schriftlichen Texten, mündlichen Äußerungen oder sonstigen Quellen als auch die Erläuterung von Überlegungen und Resultaten unter Verwendung einer angemessenen Fachsprache. Die Bandbreite der Aufgabenstellungen reicht von der direkten Informationsentnahme aus Texten des Alltagsgebrauchs beziehungsweise vom Aufschreiben einfacher Lösungswege bis hin zum sinnentnehmenden Erfassen fachsprachlicher Texte beziehungsweise zur strukturierten Darlegung oder Präsentation eigener Überlegungen. Das Erfüllen sprachlicher Anforderungen spielt bei dieser Kompetenz eine besondere Rolle.

2.5.2 Struktur des kompetenzorientierten Unterrichts

Leitideen strukturieren die inhaltlichen Ebenen. Sie bündeln die Vielfalt mathematischer Themen zu einer überschaubaren Anzahl grundlegender Prinzipien und sorgen damit für einen systematischen Aufbau fachlichen Wissens. Trotz der thematischen Vielfalt werden durch Leitideen zentrale Denk- und Handlungsmuster sichtbar, die sich in unterschiedlichen Kontexten wiederholen. Sie bilden die Grundlage für die Erschließung fachlicher Phänomene und Prozesse, wie sie für das Fach Mathematik charakteristisch sind.

Die Inhalte in der Fachschule sind immer im Kontext allgemeiner mathematischer Kompetenzen zu sehen. Unter „Inhalten“ werden dabei insbesondere auch adäquate Vorstellungen verstanden, die ein Verständnis von mathematischen Inhalten erst konstituieren. Diese Inhalte sind jeweils übergreifenden Leitideen zugeordnet, die nicht auf bestimmte klassische mathematische Teilgebiete (Analysis, Lineare Algebra und Analytische Geometrie sowie Stochastik) begrenzt sind. Die Leitideen tragen damit zur Vernetzung der klassischen Teilgebiete bei.

Algorithmus und Zahl (L1): Diese Leitidee verallgemeinert zum einen den Zahlbegriff, wie er in der Sekundarstufe I verwendet wird, zu Tupel und Matrizen einschließlich zugehöriger Operationen. Sie erweitert zum anderen die Vorstellungen von den reellen Zahlen durch Approximationen mittels infinitesimaler Methoden. Weiter umfasst die Leitidee das Kennntnis, das Verstehen und das Anwenden mathematischer Verfahren, die prinzipiell automatisierbar und damit einer Rechnernutzung zugänglich sind. Die hierauf bezogenen mathematischen Teilgebiete sind die Anfänge der Analysis und die Lineare Algebra.

Messen (L2): Diese Leitidee erweitert das Bestimmen und Deuten von Größen, wie es aus dem Unterricht der Sekundarstufe I bekannt ist, um infinitesimale, numerische und analytisch-geometrische Methoden. Dies betrifft sowohl funktionale Größen wie Änderungsraten und (re-)konstruierte Bestände als auch Größen im Koordinatensystem wie Winkel, Längen, Flächeninhalte und Volumina. Weiter umfasst die Leitidee stochastische Kenngrößen, die als Ergebnisse von Messprozessen im weiteren Sinne aufgefasst werden. Die hierauf bezogenen mathematischen Teilgebiete sind die Analysis, die Analytische Geometrie und teilweise die Stochastik.

Raum und Form (L3): Diese Leitidee ist auf die Weiterentwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens, wie es die Studierenden in der Sekundarstufe I ausgebildet haben, gerichtet. Sie beinhaltet den Umgang mit Objekten im Raum. Es geht hier sowohl um Eigenschaften und Beziehungen dieser Objekte als auch um Darstellungen mit geeigneten Hilfsmitteln einschließlich Geometriesoftware. Das hierauf bezogene mathematische Teilgebiet ist die Analytische Geometrie.

Funktionaler Zusammenhang (L4): Diese Leitidee ist darauf gerichtet, die funktionalen Vorstellungen der Studierenden aus dem Unterricht der Sekundarstufe I mit Begriffen und Verfahren der elementaren Analysis zu vertiefen und den Funktionsbegriff durch vielfältige Beispiele zu erweitern. Es geht hier um funktionale Beziehungen zwischen Zahlen beziehungsweise Größen sowie deren Darstellungen und Eigenschaften, auch unter Nutzung infinitesimaler Methoden und geeigneter Software. Die hierauf bezogenen mathematischen Teilgebiete sind in erster Linie die Analysis und teilweise die Stochastik.

Daten und Zufall (L5): Diese Leitidee vernetzt Begriffe und Methoden zur Aufbereitung und Interpretation von statistischen Daten mit solchen zur Beschreibung und Modellierung von zufallsabhängigen Situationen. In Ausweitung und Vertiefung stochastischer Vorstellungen, wie sie in der Sekundarstufe I entwickelt wurden, umfasst diese Leitidee insbesondere den Umgang mit mehrstufigen Zufallsexperimenten, die Untersuchung und Nutzung von Verteilungen sowie einen Einblick in Methoden der beurteilenden Statistik, auch mithilfe von Simulationen und unter Verwendung einschlägiger Software. Das hierauf bezogene mathematische Teilgebiet ist die beschreibende Statistik.

3 Bildungsstandards und Themenfelder

3.1 Einführende Erläuterungen

Bildungsstandards bezeichnen verbindliche Kompetenzziele und Anforderungen, die Studierende innerhalb eines bestimmten Zeitraums im allgemeinen Lernbereich erreichen sollen. Sie dienen als Maßstab für die Qualität und Vergleichbarkeit von Bildungsprozessen und sichern ein einheitliches Qualifikationsniveau im Bildungssystem.

Der Unterricht im allgemeinen Lernbereich der Fachschule ist in Themenfelder gegliedert. Diese verknüpfen die Bildungsstandards mit Wissen und Fertigkeiten. Wissen beschreibt nach der Struktur des DQR-Rahmens die Gesamtheit der Fakten, Grundsätze und Theorien und Praxis in einem Lern- oder Arbeitsbereich als Ergebnis von Lernen und Verstehen. Fertigkeiten bezeichnen die Fähigkeit, Wissen anzuwenden, um Aufgaben auszuführen und Probleme zu lösen. Erweiternd werden in den Themenfeldern Bezüge zu den Aufgabengebieten und fächerübergreifende Verknüpfungen aufgezeigt. Zudem werden Orientierungswerte zum Stundenumfang der Themenfelder angegeben.

3.2 Bildungsstandards

Kompetenzbereich: Mathematisch argumentieren (K1)

Die Studierenden können

- K 1.1: Routineargumentationen (beispielsweise bekannte Sätze, Verfahren, Herleitungen) nachvollziehen, wiedergeben und anwenden,
- K 1.2: einfache rechnerische Begründungen geben,
- K 1.3: einfache logische Schlussfolgerungen ziehen,
- K 1.4: auf der Basis von Alltagswissen argumentieren,
- K 1.5: überschaubare mehrschrittige Argumentationen und logische Schlüsse nachvollziehen, erläutern oder entwickeln.

Kompetenzbereich: Probleme mathematisch lösen (K2)

Die Studierenden können

- K 2.1: einen Lösungsweg einer einfachen mathematischen Aufgabe durch Identifikation und Auswahl einer naheliegenden Strategie finden, beispielsweise durch Analogie-betrachtung,
- K 2.2: einen Lösungsweg zu einer Problemstellung finden, beispielsweise durch ein mehrschrittiges, strategiestütztes Vorgehen,
- K 2.3: eine Strategie zur Lösung eines komplexeren Problems entwickeln und anwenden, beispielsweise zur Verallgemeinerung einer Schlussfolgerung, durch Anwenden mehrerer Heuristiken oder zur Beurteilung verschiedener Lösungswege.

Kompetenzbereich: Mathematisch modellieren (K3)

Die Studierenden können

- K 3.1: vertraute und direkt erkennbare Modelle anwenden,
- K 3.2: eine Realsituation direkt in ein mathematisches Modell überführen,
- K 3.3: ein mathematisches Resultat auf eine gegebene Realsituation übertragen,
- K 3.4: mehrschrittige Modellierungen mit klar formulierten Einschränkungen vornehmen,
- K 3.5: Ergebnisse einer solchen Modellierung interpretieren,
- K 3.6: ein mathematisches Modell an veränderte Umstände anpassen,
- K 3.7: eine Realsituation modellieren, wobei Variablen und Bedingungen festgelegt werden müssen,
- K 3.8: mathematische Modelle im Kontext einer Realsituation überprüfen, vergleichen und bewerten.

Kompetenzbereich: Mathematische Darstellungen verwenden (K4)

Die Studierenden können

- K 4.1: Standarddarstellungen von mathematischen Objekten und Situationen anfertigen und nutzen,
- K 4.2: gegebene Darstellungen verständlich interpretieren oder verändern,
- K 4.3: zwischen verschiedenen Darstellungen wechseln,
- K 4.4: mit vertrauten Darstellungen und Darstellungsformen sachgerecht und verständlich umgehen,
- K 4.5: eigene Darstellungen problemadäquat entwickeln,
- K 4.6: verschiedene Darstellungen und Darstellungsformen zweckgerichtet beurteilen.

Kompetenzbereich: Mit Mathematik symbolisch/formal/technisch umgehen (K5)

Die Studierenden können

- K 5.1: elementare Lösungsverfahren mathematisch richtig umsetzen,
- K 5.2: Formeln und Symbole anwenden,
- K 5.3: mathematische Hilfsmittel und digitale Mathematikwerkzeuge direkt nutzen,
- K 5.4: formale mathematische Verfahren anwenden,
- K 5.5: mit mathematischen Objekten im Kontext umgehen,
- K 5.6: mathematische Hilfsmittel und digitale Mathematikwerkzeuge je nach Situation und Zweck gezielt auswählen und effizient einsetzen,
- K 5.7: komplexe Verfahren durchführen,
- K 5.8: verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren bewerten,
- K 5.9: die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Verfahren und Hilfsmittel sowie digitaler Mathematikwerkzeuge reflektieren.

Kompetenzbereich: Mathematisch kommunizieren (K6)**Die Studierenden können**

- K 6.1: einfache mathematische Sachverhalte darlegen,
- K 6.2: Informationen aus kurzen Texten mit mathematischem Gehalt identifizieren und auswählen, wobei die Ordnung der Informationen im Text die Schritte der mathematischen Bearbeitung nahelegt,
- K 6.3: mehrschrittige Lösungswege, Überlegungen und Ergebnisse verständlich darlegen,
- K 6.4: Äußerungen (auch fehlerhafte) anderer Personen zu mathematischen Aussagen interpretieren,

- K 6.5: mathematische Informationen aus Texten identifizieren und auswählen, wobei die Ordnung der Informationen nicht unmittelbar den Schritten der mathematischen Bearbeitung entsprechen muss,
- K 6.6: eine komplexe mathematische Lösung oder Argumentation kohärent und vollständig darlegen oder präsentieren,
- K 6.7: mathematische Fachtexte sinnentnehmend erfassen,
- K 6.8: mündliche und schriftliche Äußerungen anderer Personen mit mathematischem Gehalt miteinander vergleichen, sie bewerten und gegebenenfalls korrigieren.

Entwurf

3.3 Themenfelder

3.3.1 Arbeit mit den Themenfeldern

Für das Fach Mathematik sind zwölf Themenfelder festgelegt. Die zu unterrichtenden Wochenstunden betragen für die gesamte Dauer der Weiterbildung zwischen 40 und 240 Stunden je nach Fachbereich. Die Themenfelder können daher innerhalb der Fachbereiche – je nach Überschneidung mit fachspezifischen Inhalten in den jeweiligen Fachrichtungen oder Schwerpunkten – jeweils mit unterschiedlichen Ausprägungen oder in *variierendem* Umfang unterrichtet werden. Zudem müssen nicht alle Themenfelder unterrichtet werden, wenn sich mit den Inhalten im fachbereichsbezogenen Unterricht eine entsprechende Überdeckung ergibt.

Aus den Themenfeldern 1 bis 8 sind, in Abhängigkeit vom jeweiligen Fachbereich, dem vorgesehenen Stundenumfang sowie den curricularen Schwerpunkten, geeignete Themenfelder auszuwählen. Dabei können einzelne Themenfelder vertieft oder erweitert werden, sofern dies zur inhaltlichen Abrundung beiträgt und die vorgesehenen Unterrichtsstunden angemessen abgedeckt werden. Die Auswahl hat so zu erfolgen, dass eine fachlich ausgewogene und zielgerichtete Kompetenzentwicklung gewährleistet ist.

Darüber hinaus ist mindestens eines der Themenfelder 9 bis 12 verpflichtend zu berücksichtigen. Diese Themenfelder sind im Hinblick auf die Anforderungen zum Erwerb der Fachhochschulreife gemäß den Vorgaben der Kultusministerkonferenz (KMK) verbindlich und entsprechend in die Unterrichtsplanung zu integrieren.

Soweit sich die Reihenfolge der Bearbeitung der Themenfelder nicht aus fachlichen Erfordernissen ableiten lässt, kann dies frei gewählt werden.

Je nach Ausprägung, Bearbeitung möglicher Lerninhalte und Fokussierung auf die Lerngruppe wählt die Lehrkraft die Bildungsstandards aus (Kapitel 3.2), die im Rahmen der Bearbeitung des entsprechenden Themenfeldes mit auszuwählenden Lerninhalten zu verknüpfen sind.

3.3.2 Aufbau und Übersicht der Themenfelder

Die Themenfelder strukturieren den Unterricht. Jedes Themenfeld enthält eine einleitende Beschreibung, die Zielsetzung und Beitrag zur Kompetenzentwicklung der Studierenden verdeutlicht. Je nach Themenwahl und Fachdidaktik verantwortet die unterrichtende Lehrkraft die Auswahl der Bildungsstandards (gemäß Kapitel 3.2). Die Themenfelder zeigen mögliche Inhalte auf und weisen Zeitrichtwerte aus. Zudem werden Verknüpfungen mit den Aufgabengebieten sowie zu den Fachbereichen dargestellt, die als Anregungen zu verstehen sind.

Um der Rolle und Funktion des Faches zu entsprechen, Raum für die Aufgabengebiete im Sinne von Querschnittsthemen zu ermöglichen und Verknüpfungen mit fachbereichsspezifischen Inhalten zu ermöglichen, sind aus den relevanten Themen und Funktionen des Faches folgende Themenfelder abgeleitet:

Themenfelder	Zeitrichtwerte in Wochenstunden
TF1: Arithmetik und Algebra	20 – 40
TF2: Gleichungen und Gleichungssysteme	20 – 40
TF3: Geometrie	20 – 40
TF4: Komplexe Zahlen	20 – 40
TF5: Beschreibende Statistik	20 – 40
TF6: Funktionen I	30 – 50
TF7: Funktionen II	30 – 50
TF8: Wachstum und Zerfall	30 – 50
TF9: Lineare Algebra und analytische Geometrie	30 – 50
TF10: Stochastik	30 – 50
TF11: Differentialrechnung	40 – 60
TF12: Integralrechnung	20 – 40

Die zwölf Themenfelder enthalten jeweils einen Bereich mit möglichen grundlegenden und erweiterten Inhalten. Dies begründet sich in der unterschiedlichen Ausgestaltung und Verortung der für den Erwerb der Fachhochschulreife erforderlichen mathematischen Inhalte innerhalb der vier Fachbereiche. Im Fachbereich Sozialwesen sind diese ausschließlich im Unterricht im Fach Mathematik verortet. In den Fachbereichen Gestaltung, Technik und Wirtschaft sind diese mathematischen Inhalte teilweise in den beruflichen Kontexten und im jeweiligen Querschnitt-Lernfeld Mathematik verortet.

Die möglichen grundlegenden Inhalte markieren den verbindlichen Mindeststandard für den Erwerb der Fachhochschulreife und sind damit bindend für den Unterricht im Fach Mathematik im Fachbereich Sozialwesen. In den Fachbereichen Gestaltung, Technik und Wirtschaft kann auf die Verknüpfungen der mathematischen Inhalte in den beruflichen Kontexten und im jeweiligen Querschnitt-Lernfeld und damit auch direkt auf die möglichen erweiterten Inhalte zurückgegriffen werden. Diese Inhalte bauen auf den möglichen grundlegenden Inhalten auf und lassen eine passgenaue Ausrichtung des Unterrichts innerhalb der drei Fachbereiche Gestaltung, Technik und Wirtschaft und ihrer Schwerpunkte zu.

Die ausgewiesenen Zeitrichtwerte der Themenfelder beziehen sich auf die möglichen grundlegenden Inhalte.

3.3.3 Themenfelder im Fach Mathematik

Themenfeld 1: Arithmetik und Algebra

Zeitrichtwert: 20 – 40 Wochenstunden

Themenfeldbeschreibung

Das Themenfeld bildet eine zentrale Grundlage der Mathematik. Im Mittelpunkt steht der Umgang mit Zahlenmengen und Zahlbereichen sowie die sichere Anwendung der Rechenoperationen. Die Studierenden lernen, Zahlen in verschiedenen Zusammenhängen sachgerecht zu verwenden und einfache Zusammenhänge zwischen den Zahlbereichen zu erkennen.

Ein wichtiger Fokus liegt auf der Nutzung grundlegender Rechengesetze. Sie werden in typischen Aufgabenformaten angewendet, etwa beim Vereinfachen von Ausdrücken oder beim Überschlagen und Kontrollieren von Ergebnissen.

Darauf aufbauend wird das Rechnen mit Termen eingeführt beziehungsweise vertieft. Terme werden dabei als Mittel verstanden, Rechenvorschriften und einfache Zusammenhänge allgemein zu beschreiben. So wird der Übergang von konkreten Zahlenbeispielen zu allgemeinen Strukturen gebildet.

Im Themenfeld werden unterschiedliche Darstellungsformen genutzt, beispielsweise symbolische Schreibweise, einfache tabellarische oder grafische Übersichten. Die Studierenden wählen, durch Aufgabenstellungen angeleitet, geeignete Darstellungen aus und nutzen diese, um Rechenschritte nachzuvollziehen und Ergebnisse zu prüfen. Dadurch wird der bewusste Umgang mit mathematischen Zeichen und Symbolen gefördert.

Arithmetik und Algebra leisten damit einen wesentlichen Beitrag zum Aufbau eines tragfähigen Grundlagenwissens. Sie bereiten auf weiterführende Inhalte wie Funktionen, Gleichungen, Analysis und Stochastik vor und unterstützen ein strukturiertes, regelbasiertes Denken. Zugleich entwickeln die Studierenden erste Fähigkeiten, ihre Vorgehensweisen knapp und fachgerecht zu erläutern und einfache mathematische Überlegungen nachvollziehbar darzustellen.

Mögliche grundlegende Inhalte

- Zahlenmengen: natürliche Zahlen, ganze Zahlen, rationale Zahlen, reelle Zahlen
- Rechenoperationen: Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Rechnen mit Brüchen, Potenzieren, Radizieren
- Rechengesetze: Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz, Potenzgesetze
- Rechnen mit Termen: Aufbau und Bedeutung von Termen, Umformen, Vereinfachen, Ausmultiplizieren und Faktorisieren einfacher Terme mit Variablen, Bruchrechnen mit Termen
- Prozentrechnung
- algebraische Formeln: Binomische Formeln

Mögliche erweiterte Inhalte

- Zahlenmenge: komplexe Zahlen
- Rechenoperationen: Logarithmieren, Rechnen mit komplexen Zahlen
- Rechengesetze: Logarithmengesetze
- Rechnen mit Termen: Umformen, Vereinfachen, Ausmultiplizieren und Faktorisieren komplexer Terme mit Variablen
- algebraische Formeln: PASCALSches Dreieck

Verknüpfung mit den Fachbereichen

Bildungssprache Deutsch: Formulierung und Lösung komplexer mathematischer Aufgaben mit präziser Fachsprache; Sammeln, Definieren und Anwenden von Fachbegriffen (beispielsweise Faktor, Term, Produkt, Quotient) sowie Erläuterung mit eigenen Beispielen in einem Glossar; nachvollziehbare Beschreibung von Rechenwegen bei Prozent- oder Zinsaufgaben in ganzen Sätzen; schlüssige Darstellung von fachspezifischen Zusammenhängen und Überlegungen; sachgerechte Erläuterung fachspezifischer Vorgehensweisen.

Digitalität: Nutzung digitaler Werkzeuge zur Visualisierung und Modellierung algebraischer Inhalte; Erstellen von Rechenreihen mit Tabellenkalkulation (beispielsweise Zinseszins) und Dokumentieren von Formeln; Nutzung interaktiver Übungstools und schriftliches Festhalten von hilfreichen Strategien; Erstellen kleiner Bildschirmaufnahmen eines selbst erklärten Rechenwegs

Werte- und Demokratiebildung: Interpretation mathematischer Abbildungen gesellschaftlicher Werte wie Fairness und Verteilungsgerechtigkeit; Diskussion über Rabatt- und Steuerbeispiele; Vorstellung verschiedener Rechenwege im Partnerpuzzle und wertschätzendes Kommentieren; Erarbeitung von Regeln für „faire“ Bewertung von Rechenwegen

Umweltbildung und Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE): Anwendung von arithmetischen und algebraischen Methoden zur Analyse nachhaltiger Prozesse wie Energieverbrauch oder CO₂-Emissionen; Berechnung von persönlichem oder schulischem Energie-Wasserverbrauch und Vergleich vor/nach Einsparmaßnahmen; Anwenden von Prozentrechnung zu Emissions-Reduktionen durch verschiedene Maßnahmen; Überschlagen und Reflektieren von Materialbedarf und -einsparung bei Verpackungen oder Bauprojekten

Verknüpfung mit den Fachbereichen

Gestaltung: Maßstabsberechnung; Flächenverhältnisse; Farbproportionen; perspektivische Zeichnungen; Pixelverhältnisse; geometrische Transformationen

Technik: Berechnung physikalischer Größen (beispielsweise Spannung, Strom, Druck); Umformung technischer Formeln; Steuerung und Regelung technischer Prozesse

Wirtschaft: Kalkulation von Preisen und Kosten, Gewinn- und Verlustrechnungen; Erstellung von finanziellen Modellen; Analyse von Gleichungssystemen und Funktionen

Sozialwesen: Auswertung sozialer Daten; Mittelwert- und Prozentberechnung; Wachstumsraten; Modellierung sozialer Entwicklungen

Entwurf

Themenfeld 2: Gleichungen und Gleichungssysteme

Zeitrichtwert: 20 – 40 Wochenstunden

Themenfeldbeschreibung

Das Themenfeld stärkt die Fähigkeit der Studierenden, unbekannte Größen über mathematische Beziehungen zu bestimmen. Der Fokus liegt auf dem Aufstellen, Umformen und Lösen von Gleichungen, die Alltagssituationen sowie berufliche und studienbezogene Kontexte beschreiben. Behandelt werden vor allem lineare Gleichungen und lineare Gleichungssysteme mit gebräuchlichen Lösungsverfahren; einfache nichtlineare Gleichungen können je nach Fachbereich ergänzend einbezogen werden.

Die Studierenden lernen, Situationen in Gleichungen oder Gleichungssysteme zu übersetzen, geeignete Variablen festzulegen und die gefundenen Lösungen im jeweiligen Sachzusammenhang zu deuten, beispielsweise als Kosten, Zeitpunkte oder Schnittmengen.

Im Umgang mit Gleichungen wird ein sicherer formaler Stil aufgebaut: Variablen, Terme und Gleichungen werden korrekt notiert, systematisch umgeformt und mit geeigneten Rechenstrategien bearbeitet. Dabei werden symbolische, tabellarische und grafische Darstellungsformen bewusst eingesetzt, um Zusammenhänge zu erkennen und zu kommunizieren. Die Studierenden erläutern ihre Vorgehensweisen in einfacher mathematischer Fachsprache, tauschen sich über unterschiedliche Lösungsstrategien aus und prüfen Ergebnisse auf Plausibilität und Nutzen.

Gleichungen und Gleichungssysteme bilden somit ein zentrales Fundament für mathematische Modellierung und Problemlösen. Das Themenfeld bereitet unmittelbar auf weiterführende Inhalte wie Funktionsbetrachtungen, Analysis und Analytische Geometrie vor und unterstützt die Fähigkeit, reale Fragestellungen strukturiert, nachvollziehbar und ergebnisorientiert zu bearbeiten.

Mögliche grundlegende Inhalte:

- lineare Gleichungen lösen
- Lösungsverfahren für quadratische Gleichungen (p-q-Formel, abc-Formel)
- Lösungsverfahren für Polynomgleichungen (Polynomdivision oder HORNER-Schema, Substitutionsverfahren, Satz vom Nullprodukt)
- lineare Gleichungssysteme lösen (Methoden: Einsetzungs-, Gleichsetzungs- und Additionsverfahren)
- Anwendung und Interpretation von Gleichungen und Gleichungssystemen im beruflichen Kontext

Erweiterte Inhalte

- Gleichungen lösen (Lösungsverfahren für exponentielle Gleichungen, goniometrische Gleichungen, numerische Lösungsverfahren)
- lineare Gleichungssysteme lösen (GAUß-Verfahren)

Verknüpfung mit den Aufgabengebieten

Bildungssprache Deutsch: verständliche Darstellung der mathematischen Modellierung und Lösungen; Übersetzen von Alltagsproblemen in Gleichungsformen und sprachliche Formulierung, was jede Gleichung ausdrückt; Beschreibung von Lösungsstrategien mit Vor- und Nachteilen in einem Vergleichstext; Nutzung individueller Satzanfänge zur Begründung der Strategiepräzise Anwendung mathematischer Fachbegriffe; verständliche Darstellung mathematischer Modellierung und Lösungen; schlüssige Darstellung allgemeiner mathematischer Zusammenhänge; Übersetzung sach- und alltagsbezogener Probleme in Gleichungsformen mit präziser sprachlicher Beschreibung der Zusammenhänge; nachvollziehbare Erläuterung von Vorgehensweisen und Lösungsstrategien; sachgerechte Interpretation von Ergebnissen; vergleichende Beschreibung von Lösungsstrategien unter

Berücksichtigung der jeweiligen Vor- und Nachteile; Verwendung abwechslungsreicher Satzanfänge zur Begründung der Strategien.

Werte- und Demokratiebildung: mathematische Beschreibung von gerechten Verteilungen; Modellieren von Aufgaben zu fairer Kostenaufteilung mit Gleichungen und Diskussion über gemeinsame „gerechte“ Lösung; Erarbeitung konträrer Modellannahmen in Gruppen und demokratische Abstimmung über sinnvolle Annahmen

Digitalität: Einsatz von Software zur Lösung komplexer Gleichungssysteme; Nutzung von CAS oder Rechnerfunktionen zum Lösen von Gleichungen und Vergleichen von Ergebnissen mit manuellen Verfahren; Verwendung von Online-Graphikrechnern, um Lösungsstellen als Schnittpunkte zu visualisieren; Erstellung von digitalen Karteikarten mit typischen Gleichungstypen und passenden Lösungsstrategien

Umweltbildung und Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE): Entwicklung nachhaltiger Modelle, beispielsweise für Ressourcenmanagement; Aufstellen von Gleichungen zur Kosten-Emissionen-Berechnung verschiedener Verkehrsmittel und Vergleich der Lösungen; Aufstellen und Lösen von Gleichungssystemen zur Mischung konventioneller und erneuerbarer Energien bei vorgegebenem Gesamtbedarf; Modellierung von Wasserverbrauch und Einsparzielen

Verknüpfung mit den Fachbereichen

Gestaltung: Modellierung von Proportionen und Designparametern durch Gleichungen; Berechnung von Größenverhältnissen in Entwürfen; Anwendung linearer Gleichungssysteme bei Perspektivzeichnungen

Technik: Einsatz linearer und nichtlinearer Gleichungssysteme zur Steuerung und Optimierung technischer Abläufe; Anwendung von Lösungsverfahren für physikalische Problemstellungen

Wirtschaft: Anwendung von Gleichungssystemen zur Finanzplanung; Kalkulation von Kosten und Erlösen; Lösung wirtschaftlicher Entscheidungsmodelle durch systematisches Gleichungslösen

Sozialwesen: Formulieren und Lösen von Gleichungen zur Analyse sozialer Zusammenhänge; Einsatz von Gleichungssystemen zur Ermittlung von Einflussgrößen und Ressourcenverteilung

Entwurf

Themenfeld 3: Geometrie

Zeitrichtwert: 20 – 40 Wochenstunden

Themenfeldbeschreibung

Das Themenfeld umfasst die Untersuchung von Formen, Größen und Lagen in der Ebene und im Raum. Im Mittelpunkt steht der Umgang mit grundlegenden Objekten wie Punkten, Geraden, Strecken, Winkeln, Dreiecken, Vierecken und Kreisen. Die Studierenden lernen, diese Objekte zu erkennen, fachgerecht zu benennen und ihre Eigenschaften mithilfe geeigneter Begriffe und Zeichnungen zu beschreiben. Dabei werden grundlegende geometrische Sätze in typischen Anwendungszusammenhängen genutzt.

Ein wichtiger Fokus liegt auf dem Messen von Längen, Abständen und Winkeln sowie auf der Anwendung passender Formeln. Die Studierenden berechnen zum Beispiel Umfang und Fläche von ebenen Figuren, einfache Volumina oder Entfernungen in rechtwinkligen Situationen und setzen diese Ergebnisse in Sachsituationen in Beziehung. Dadurch wird ein sicheres Verständnis für Größen, Einheiten und Umrechnungen aufgebaut.

Darüber hinaus werden geometrische Zusammenhänge genutzt, um einfache Argumentationen zu entwickeln: Etwa, warum bestimmte Dreiecke kongruent sind, wie sich rechtwinklige Dreiecke analysieren lassen oder weshalb bestimmte Konstruktionen funktionieren. Die Studierenden lernen, ihre Überlegungen in klaren Schritten darzustellen, Zeichnungen gezielt einzusetzen und Begründungen in verständlicher mathematischer Sprache zu formulieren.

Im Arbeitsprozess werden verschiedene Darstellungsformen genutzt: Zeichnungen von Hand, Skizzen, gegebenenfalls einfache dynamische Geometriesoftware sowie symbolische Schreibweisen für Größen und Beziehungen. Die Studierenden trainieren einen korrekten formalen Umgang mit Formeln und Sätzen und dokumentieren ihre Vorgehensweise nachvollziehbar.

Geometrie trägt so wesentlich zur Ausbildung des räumlichen Vorstellungsvermögens, zur Entwicklung logischer Argumentationsfähigkeit und zur Vorbereitung auf weiterführende Inhalte der Analytischen Geometrie und der Technik und den Naturwissenschaften bei.

Mögliche grundlegende Inhalte:

- Grundbegriffe (Punkt, Gerade, Strecke, Strahl, Winkel und weitere)
- Konstruktionen (von Dreiecken und am Dreieck)
- Strahlensätze, Ähnlichkeits- und Kongruenzsätze von Dreiecken
- Winkelfunktionen definieren (Sinus, Kosinus, Tangens)
- Trigonometrische Berechnungen am Dreieck (Satz des PYTHAGORAS, Sinus- und Kosinussatz, Winkel- und Seitenlängen berechnen, Anwendungen)
- Berechnung von Längen, Abständen und Winkeln
- Berechnungen an einfachen geometrischen Formen und Körpern

Mögliche erweiterte Inhalte

- Konstruktionen (Vielecke)
- Beweise geometrischer Sätze
- Berechnungen an zusammengesetzten Formen und Körpern

Verknüpfung mit den Aufgabengebieten

Bildungssprache Deutsch: fachsprachliche Beschreibung geometrischer Zusammenhänge und Beweise; fachsprachlich angemessenes Formulieren von Definitionen zu geometrischen Figuren in eigenen Worten; logische Argumentation durch nachvollziehbare Begründungen geometrischer Zusammenhänge (beispielsweise mündliche Begründungen von Kongruenz oder Parallelität); Übersetzung von Textbeschreibungen in Skizzen sowie die Rückübersetzung von Skizzen in Textbeschreibungen unter Anwendung von Fachsprache

Werte- und Demokratiebildung: Reflexion über die ästhetische und kulturelle Bedeutung geometrischer Formen; gemeinsame Planung eines Klassenzimmers mit geometrischen Überlegungen; Diskussion, wie geometrische Planung zur Teilhabe beiträgt; Teamarbeit mit rotierenden Rollen und Reflexion über Zusammenarbeit

Digitalität: Einsatz dynamischer Geometriesoftware zur Konstruktion und Visualisierung; Nutzen von dynamischer Geometriesoftware, um Figuren zu konstruieren und Eigenschaften zu untersuchen; Aufnahme von Fotos realer Objekte und geometrisches Analysieren in einem digitalen Dokument; Einsetzen von Online-Tools zum Messen von Winkeln/Flächen in Bildern

Umweltbildung und Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE): Anwendung geometrischer Methoden zur nachhaltigen Planung von Bauprojekten; Flächenberechnung von Dächern für Solaranlagen und Abschätzung der möglichen Energieerzeugung; Planung und geometrische Optimierung eines Schulgartens oder Grünbereichs; Vergleich verschiedener Gebäudeformen im Hinblick auf Wärmeverlust und Flächennutzung

Verknüpfung mit den Fachbereichen

Gestaltung: Untersuchung von Formen, Flächen und Raumstrukturen; Entwurf und Konstruktion mit geometrischen Figuren; Anwendung des Satzes des PYTHAGORAS bei räumlichen Modellierungen; Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens durch Zeichnen und Modellbau

Technik: Berechnung und Konstruktion technischer Bauteile mithilfe von Dreiecken, Vierecken und Kreisen; Anwendung geometrischer Sätze zur Lösung praktischer Probleme; Förderung der genauen Argumentation und Modellbildung

Wirtschaft: Einsatz von Geometrie bei der Planung von Räumen und Flächen; Nutzung geometrischer Maße zur Optimierung von Produktions- und Lagerflächen; Anwendung von Flächen- und Volumenberechnungen zur Wirtschaftlichkeitsanalyse

Sozialwesen: Nutzung einfacher geometrischer Modelle zur räumlichen Orientierung; Erkennen und Beschreiben von Formen und Mustern in Umgebungen; Nutzung von Flächen- und Volumenberechnungen zur praktischen Anwendung im Sozialraum

Entwurf

Themenfeld 4: Komplexe Zahlen

Zeitrichtwert: 20 – 40 Wochenstunden

Themenfeldbeschreibung

Das Themenfeld erweitert den bisher behandelten Zahlenbereich über die reellen Zahlen hinaus. Ausgangspunkt ist die Einsicht, dass bestimmte Gleichungen, insbesondere quadratische Gleichungen mit negativer Diskriminante, im reellen Zahlensystem keine Lösung besitzen und erst durch Einführung der imaginären Einheit lösbar werden. Die Studierenden erleben die Erweiterung des Zahlbereichs damit als sachlogische Antwort auf eine reale mathematische Problemstellung.

Zunächst werden komplexe Zahlen in algebraischer Form als Kombination von Real- und Imaginärteil eingeführt. Die Studierenden führen die Grundrechenarten mit komplexen Zahlen durch, nutzen Konjugation und Betrag und erkennen grundlegende Rechenmuster. Anschließend wird die geometrische Interpretation im GAUSSschen Zahlenraum aufgebaut. Komplexe Zahlen werden als Punkte beziehungsweise Vektoren in der Ebene dargestellt, sodass sichtbar wird, dass bestimmte Rechnungen Streckungen, Spiegelungen oder Drehungen entsprechen. Dadurch verbindet das Themenfeld algebraische und geometrische Sichtweisen auf natürliche Weise.

Die Studierenden beschreiben komplexe Zahlen dann über Betrag und Winkel und erkennen, dass Multiplikation mit Längenfaktoren und Winkeladdition verknüpft ist. Damit wird der Zugang zu Potenzen komplexer Zahlen und einfachen periodischen Phänomenen erleichtert. Komplexe Zahlen werden als Werkzeug kennengelernt, mit dem technische und naturwissenschaftliche Fragestellungen kompakt und präzise beschrieben, berechnet und interpretiert werden können.

Im Themenfeld werden typische Arbeits- und Denkweisen mathematisch, naturwissenschaftlich, technischen Arbeitens eingeübt: Die Studierenden entwickeln klare Begriffe, arbeiten mit folgerichtigen Gedankengängen und nutzen gelegentlich heuristische Zugänge, um neue Zusammenhänge zu entdecken. Sie verwenden eine eindeutige und widerspruchsfreie Fachsprache und Symbolik und erkennen deren Bedeutung für das Verständnis und die Weitergabe von Ergebnissen, insbesondere in anwendungsbezogenen Kontexten. Im Verlauf der Arbeit mit komplexen Zahlen wechseln die Studierenden bewusst

zwischen verschiedenen Darstellungsformen wie der algebraischen Schreibweise oder der geometrischen Darstellung in der Ebene, wählen je nach Aufgabe eine zweckmäßige Darstellung, begründen ihre Wahl und dokumentieren Lösungswege symbolisch formal nachvollziehbar. Dadurch wird sowohl der sichere Umgang mit mathematischen Symbolen als auch die Fähigkeit gestärkt, fachbereichsbezogene Fragestellungen in den Naturwissenschaften und der Technik zu bearbeiten.

Mögliche grundlegende Inhalte

- Definition und Darstellung komplexer Zahlen (Normalform, Darstellung in der GAUßschen Zahlenebene, Exponentialform, goniometrische Form)
- Rechenoperationen (konjugiert komplexe Zahl, Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division)
- Betrags- und Argumentberechnung
- Anwendungen (Lösen von quadratischen Gleichungen im beruflichen Kontext)

Mögliche erweiterte Inhalte

- Definition und Darstellung komplexer Zahlen (MOIVRESche Formel)
- Rechenoperationen (Wurzel ziehen)
- Anwendungen (Lösen komplizierter Gleichungen)

Verknüpfung mit den Aufgabengebieten

Bildungssprache Deutsch: präzise Darstellung komplexer mathematischer Inhalte; eigenständiges Verfassen von Kurztönen mit Bezug zu Gleichungen ohne reelle Lösung; Erläuterung von Real- und Imaginärteil sowie von Betrag und Argument in eigenen Worten unter Verwendung fachsprachlich angemessener Ausdrucksformen; Anwendung der

Fachsprache zur Kommunikation mathematischer Ergebnisse bei naturwissenschaftlichen und technischen Fragestellungen; Entwicklung und Darstellung folgerichtiger Argumentationen und Begründungen unter Verwendung der Fachsprache

Werte- und Demokratiebildung: Reflexion der Bedeutung abstrakter Mathematik für Gesellschaft und Technik; Diskussion, wie vertrauenswürdig technische Anwendungen sind; Arbeit in Kleingruppen, in denen gemeinsam entschieden wird, welche Darstellung für die Erklärung genutzt wird; Gespräch über die Bedeutung offener und überprüfbarer Modelle in Wissenschaft und Technik

Digitalität: Software gestützte Berechnung und Visualisierung; Nutzen der Online-GAUß-Ebene, um komplexe Zahlen zu visualisieren und Operationen zu veranschaulichen; Erstellung eines kurzen Erklärvideos, in dem eine Rechnung mit komplexen Zahlen Schritt für Schritt gezeigt wird; Nutzen von Lernplattformen, um interaktive Aufgaben zu komplexen Zahlen zu bearbeiten und Feedback zu dokumentieren

Umweltbildung und Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE): Modellierung technischer Prozesse mit komplexen Zahlen; Betrachtung von Schwingungen/Wechselstrom in Energiesystemen mit komplexen Zahlen; Diskussion, wie abstrakte mathematische Modelle helfen, energieeffiziente technische Systeme zu planen; Einfache symbolische Beschreibungen von Schwingkreisen, die in Mess- und Umwelttechnik eingesetzt werden

Verknüpfung mit den Fachbereichen

Gestaltung: Darstellung komplexer Zahlen als Punkte oder Vektoren in der Ebene; Anwendung bei geometrischen Transformationen; Nutzung der trigonometrischen Form zur Rotation und Skalierung von Designobjekten

Technik: Anwendung komplexer Zahlen in der Elektrotechnik zur Analyse von Wechselstromkreisen; Berechnung komplexer Impedanzen und Phasenverschiebungen; Nutzung in Steuerungs- und Regelungssystemen

Wirtschaft: Nutzung komplexer Zahlen in mathematischen Modellen zur Risikobewertung und Optimierung bei Finanzprodukten; abstrakte Analyse von zyklischen Prozessen oder Schwingungen in wirtschaftlichen Kontexten

Sozialwesen: Einsatz komplexer Zahlen zur Modellierung von Wellen- und Schwingungsphänomenen in der Psychologie oder Biologie; abstrakte Modellbildung und Problemlösung mit komplexen Gleichungen

Entwurf

Themenfeld 5: Beschreibende Statistik

Zeitrichtwert: 20 – 40 Wochenstunden

Themenfeldbeschreibung:

Das Themenfeld behandelt die systematische Erfassung, Aufbereitung und Darstellung von Daten, um Strukturen in Datensätzen sichtbar zu machen und daraus begründete Aussagen abzuleiten. Ausgangspunkt sind reale Fragestellungen aus Naturwissenschaft, Technik, Wirtschaft, Gesundheitswesen oder Sozialforschung, bei denen Mess-, Zähl- oder Befragungsdaten anfallen. Die Studierenden lernen, solche Daten geordnet zu erfassen und sie mit geeigneten Verfahren übersichtlich darzustellen.

Ein Fokus liegt auf tabellarischen und grafischen Darstellungen. Die Studierenden ordnen Daten in Tabellen, erstellen einfache Diagramme, und wählen Darstellungsformen, die zur Fragestellung passen. Sie vergleichen unterschiedliche Darstellungen derselben Daten, beurteilen deren Aussagekraft und erkennen, dass Diagramme sowohl verdeutlichen als auch verzerren können. Damit wird eine grundlegende Medien- und Datenkompetenz angebahnt, wie sie beispielsweise beim Interpretieren von Statistiken in naturwissenschaftlichen Versuchsberichten, technischen Dokumentationen oder betrieblichen Auswertungen erforderlich ist.

Beschreibende Statistik ist eng mit naturwissenschaftlich-technischem Arbeiten verknüpft. In den Fachbereichen der Fachschule sind Messdaten und Prüfdaten zentrale Entscheidungsgrundlagen. Die Studierenden erfahren, dass klare Begriffe, eine folgerichtige Gedankenführung und ein systematisches Vorgehen Grundlage dafür sind, Daten fachgerecht zu analysieren und verlässliche Schlussfolgerungen zu ziehen. Sie üben, ihre Auswertungen in präziser mathematischer und fachsprachlicher Form zu dokumentieren, achten auf Eindeutigkeit und Widerspruchsfreiheit und erkennen, dass dies für die gedankliche Durchdringung und Weitergabe naturwissenschaftlich-technischer Inhalte unerlässlich ist.

Die beschreibende Statistik bildet damit die Grundlage für stochastische Untersuchungen, die in den verschiedenen Fachbereichen angewendet werden kann.

Mögliche grundlegende Inhalte

- Datenerhebung und Klassifikation von Daten
- Graphische Darstellung von Daten (Tabellen, Diagramme, Histogramme)
- Maßzahlen zur Lage und Streuung (Mittelwert, Median, Modalwert, Spannweite, Varianz, Standardabweichung)
- Grundlegende Interpretationen und einfache Vergleiche

Mögliche erweiterte Inhalte

- Graphische Darstellung von Daten (Boxplots und Streudiagramme)
- Zusammenhänge zwischen Variablen (Korrelation, Regression)
- Fehleranalyse (Datenqualität, Ausreißertest und Datenbereinigung)

Verknüpfung mit den Aufgabengebieten

Bildungssprache Deutsch: Darstellung und Dokumentation statistischer Befunde in fachsprachlich korrekter und verständlicher Form; Verfassen und Strukturierung von Interpretationstexten zu selbst erstellten Diagrammen unter Nutzung präziser und kohärenter Fachsprache; Definition und Erklärung fachsprachlicher Begriffe mit eigenen Worten zur Sicherung des fachlichen Verständnisses; Durchführung eines sprachlich reflektierten Vergleichs sowie einer Analyse unterschiedlicher Darstellungsformen desselben Datensatzes; Begründung und Ableitung von Aussagen aus Datensätzen unter Anwendung sachlogischer und fachsprachlicher Strukturen; Systematisierung und Strukturierung von Daten in tabellarischen und grafischen Darstellungen zur Unterstützung gedanklicher Prozesse; Dokumentation von Auswertungen naturwissenschaftlich-technischer Ergebnisse unter Anwendung von Fachsprache

Werte- und Demokratiebildung: Reflexion über ethische Aspekte beim Umgang mit Daten; kritische Diskussion über Statistiken zu gesellschaftlichen Themen; Sprechen über Verantwortung bei Darstellung von Daten; Gruppenarbeit zu Statistik und Erarbeitung gemeinsamer Kriterien für faire Darstellungen

Digitalität: Nutzung digitaler Statistiksoftware; Erstellen von Online-Umfragen, Auswertung von Daten in Tabellenkalkulation und Erzeugung von Diagrammen; Nutzung digitaler Dashboards oder Statistiktools und Festhalten derer Möglichkeiten/Grenzen; Strukturierte Darstellung von Ergebnissen in einer digitalen Präsentation

Umweltbildung und Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE): Analyse von Umweltdaten und Ressourcenverbrauch; Auswertung von Umfragen zum Umweltverhalten der Schulgemeinschaft; Analyse öffentlich zugänglicher Umwelt- oder Klimadaten mit Kennwerten und Diagrammen; Vergleich von Pro-Kopf-Emissionen verschiedener Länder/Regionen und Reflexion globaler Gerechtigkeitsfragen; Vergleich von Pro-Kopf-Emissionen verschiedener Länder/Regionen und Reflexion globaler Gerechtigkeitsfragen

Verknüpfungen mit den Fachbereichen

Gestaltung: Sammlung und Aufbereitung von Daten zu Farbverteilungen; Anwendung bei Flächenanteilen und Proportionen; Verwendung von Diagrammen zur Visualisierung von Designparametern; Analyse von Mustern und Formen mittels beschreibender Statistik

Technik: Dokumentation und Analyse technischer Messdaten; Interpretation von Ergebnissen mithilfe statistischer Kennzahlen; Verwendung von Diagrammen zur Überwachung von Prozessen und Qualitätskontrollen

Wirtschaft: Anwendung statistischer Kennzahlen zur Marktanalyse; Aufbereitung von Verkaufs- und Finanzdaten; Erstellung aussagekräftiger Berichte durch graphische Darstellung von Daten

Sozialwesen: Erhebung und Auswertung sozialer Daten; Nutzung von Häufigkeiten, Mittelwerten und Streuungsmaßen zur Interpretation sozialer Phänomene; anschauliche Darstellung von Daten mittels Tabellen und Grafiken

Entwurf

Themenfeld 6: Funktionen I

Zeitrichtwert: 30 – 50 Wochenstunden

Themenfeldbeschreibung:

Das Themenfeld führt die Studierenden an den Funktionsbegriff heran und legt eine zentrale Grundlage für weiterführende Inhalte. Im Mittelpunkt stehen proportionale und lineare Zusammenhänge, wie sie in vielen Situationen aus Alltag, Beruf und Naturwissenschaften auftreten, beispielsweise Weg-Zeit-Beziehungen, Kostenverläufe, Strom-Spannungs-Diagramme. Die Studierenden lernen, solche Zusammenhänge mit geeigneten Variablen zu beschreiben, Funktionsgleichungen aufzustellen und die Bedeutung von Steigung und Achsenschnittpunkten zu deuten.

Funktionen werden in unterschiedlichen Darstellungsformen behandelt. Die Studierenden üben, zwischen den Darstellungen zu wechseln, typische Eigenschaften linearer Funktionen zu erkennen und diese zur Interpretation von Sachverhalten zu nutzen. Begriffe wie Definitionsbereich, Wertebereich, Funktionsgraph und Funktionsgleichung werden in anschaulichen Kontexten eingeführt und systematisch verwendet.

In naturwissenschaftlich-technischen Kontexten wird deutlich, dass funktionale Modelle helfen, Messdaten zu strukturieren und Zusammenhänge zu verstehen. Die Studierenden tragen einfache Messreihen in Koordinatensysteme ein, nähern diese durch lineare oder einfache quadratische Funktionen an und nutzen Modelle zur Abschätzung von Zwischenwerten und zur Beurteilung von Trends. Sie dokumentieren ihre Vorgehensweisen nachvollziehbar, verwenden eine klare mathematische Fachsprache und achten auf eindeutige Symbolik. Das Themenfeld stärkt damit das Verständnis funktionaler Zusammenhänge und fördert systematisches, modellorientiertes Denken. Zugleich schafft es eine tragfähige Basis für weiterführende mathematische Inhalte wie Differentialrechnung, Wachstum und Zerfall oder stochastische Modellierung, in denen Funktionsbegriffe und Graphen eine zentrale Rolle spielen.

Mögliche grundlegende Inhalte

- Zuordnungen (proportional, antiproportional, Funktionsbegriff)
- Funktionsdarstellung (Funktionsterm, Wertetabellen, Graphen, Definitions- und Wertebereich)
- lineare Funktionen untersuchen (Steigung, Achsenschnittpunkte, Schnittpunkte bestimmen und berechnen)
- quadratische Funktionen (Veränderung der Normalparabel, Normal- und Scheitelpunktform, Linearfaktorzerlegung, Achsenschnittpunkte und Schnittpunkte bestimmen)

Mögliche erweiterte Inhalte:

- Lagebeziehungen zwischen linearen und quadratischen Funktionen

Verknüpfung mit den Aufgabengebieten

Bildungssprache Deutsch: Verfassen verständlicher und fachsprachlich angemessener Beschreibungen von Funktionsgraphen und deren Veränderungen; gezielter Einsatz fachsprachlicher Ausdrucksformen zur Darstellung linearer Zusammenhänge; Übersetzung von Textaufgaben in Funktionsgleichungen mit schriftlicher Begründung der Modellpassung; fachsprachliche Dokumentation funktionaler Zusammenhänge; Verwendung eindeutiger Fachsprache und widerspruchsfreier Symbolik zur präzisen Darstellung und Kommunikation mathematischer Inhalte

Werte- und Demokratiebildung: Diskussion, wie mathematische Modelle zur nachhaltigen Entscheidungsfindung beitragen können; Untersuchung von linearen Modellen von Tarifen/Preisen und Diskussion, ob sie sozial gerecht erscheinen; Gemeinsame Bewertung von Modellen, die reale Sachverhalte vereinfachen; Gruppenpräsentationen zu Alltagssituationen, in denen funktionales Denken für mündige Entscheidungen nötig ist

Digitalität: Nutzung interaktiver Software zur Visualisierung funktionaler Zusammenhänge; Nutzung von Funktionsplotter, Ändern der Parameter und Dokumentation von Beobachtungen in einem digitalen Lerntagebuch; kurze Bildschirmaufnahme, in der eine lineare Funktion angepasst und erläutert wird; Verwendung von digitalen Arbeitsblättern/Apps, die Rückmeldungen zu Funktionsgraphen geben

Umweltbildung und Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE): Analyse von Energieverbrauch und Ressourcennutzung mit linearen Funktionen und Umweltprojekten; Nutzung von linearen Modellen zu Energie- oder Wasserverbrauch in Abhängigkeit von Nutzungsdauer oder Personenzahl; Betrachtung nahezu linearer Trends und Diskussion der Grenzen linearer Fortschreibungen; Modellierung von Kostenverläufen für umweltfreundliche versus konventionelle Produkte

Verknüpfungen mit den Fachbereichen

Gestaltung: Anwendung linearer und proportionaler Funktionen zur Planung von Entwürfen; Skalierung von Objekten und Berechnung von Materialbedarf

Technik: Einsatz quadratischer und linearer Funktionen zur Beschreibung technischer Prozesse, beispielsweise Bewegungsabläufe; Untersuchung von Kraft-Weg-Beziehungen und Optimierung technischer Systeme

Wirtschaft: Anwendung von Funktionen zur Analyse von Kosten-, Erlös- und Gewinnverläufen; Nutzung proportionaler Zusammenhänge zur einfachen Modellierung wirtschaftlicher Abläufe

Sozialwesen: Nutzung von Funktionen zur Modellierung sozialer Entwicklungen; Berechnung von Wachstums- und Abnahmeprozessen in Bevölkerungs- oder Sozialdaten

Themenfeld 7: Funktionen II

Zeitrichtwert: 30 – 50 Wochenstunden

Themenfeldbeschreibung:

Das Themenfeld führt die Arbeit mit ganzrationalen Funktionen höherer Grade, den Polynomen, fort. Im Mittelpunkt steht die Analyse des Funktionsverlaufs sowie die Frage, wie sich charakteristische Eigenschaften aus der Funktionsgleichung ablesen und im Graphen wiederfinden lassen. Die Studierenden lernen, Nullstellen zu bestimmen, diese im Koordinatensystem zu verorten und als Schnittpunkte des Funktionsgraphen mit der x-Achse zu deuten, etwa in Anwendungszusammenhängen wie Gewinn-/Verlustschwellen, Schnittpunkten von Kurven oder Grenz- und Umschlagpunkten in technischen Prozessen. Ein weiterer Fokus liegt auf Symmetrieeigenschaften und dem Verhalten der Funktionen für sehr große und sehr kleine x-Werte.

Gleichzeitig werden Bezüge zu naturwissenschaftlichen und technischen Anwendungen gestärkt. Polynomfunktionen dienen beispielsweise zur Approximation von Messkurven in der Physik, zur Beschreibung von Kosten, Erlös- oder Belastungsverläufen oder zur Modellierung von Kennlinien. Die Studierenden nutzen einfache Datensätze oder vorgegebene Situationen, wählen geeignete Polynomansätze, interpretieren Nullstellen, Steigerungen und Krümmungsverhalten im Kontext und reflektieren die Aussagekraft solcher Modelle. Dadurch erleben sie, dass klare Begriffe, folgerichtige Gedankengänge und systematisches Vorgehen Kennzeichen mathematisch, naturwissenschaftlich und technischen Arbeitens sind.

Im Umgang mit ganzrationalen Funktionen werden verschiedene Darstellungsformen gezielt eingesetzt: Funktionsgleichungen, Wertetabellen und Graphen. Die Studierenden wechseln zwischen diesen Darstellungen, nutzen symbolische Umformungen und graphische Überlegungen, um Eigenschaften der Funktionen herauszuarbeiten. Sie dokumentieren ihre Vorgehensweise in nachvollziehbaren Rechenschritten, verwenden eine eindeutige mathematische Symbolik und erläutern Ergebnisse in angemessener Fachsprache.

Das Themenfeld vertieft somit das Verständnis funktionaler Zusammenhänge und erweitert das methodische Repertoire im Umgang mit Modellen. Es bereitet auf weiterführende

Inhalte wie Differentialrechnung, Wachstum und Zerfall oder mehrstufige Modellierungsaufgaben vor und stärkt die Fähigkeit, komplexere reale Sachverhalte mithilfe von Polynomfunktionen strukturiert zu beschreiben und zu beurteilen.

Mögliche grundlegende Inhalte

- Untersuchung ganzrationaler Funktionen (Definition, Symmetrieeigenschaft, Verhalten im Unendlichen, y-Achsenabschnitt, Nullstellenbestimmung und -berechnung)
- Anwendungen ganzrationaler Funktionen (Funktionsbestimmungen, beruflicher Kontext)

Erweiterte Inhalte

- Untersuchung ganzrationaler Funktionen mit Parameter
- Untersuchung weiterer Funktionsklassen (Exponentialfunktion, trigonometrische Funktion, gebrochen rationale Funktion)
- Anwendungen weiterer Funktionsklassen (Funktionsbestimmungen, beruflicher Kontext)

Verknüpfungen mit den Aufgabengebieten

Bildungssprache Deutsch: Analyse und sachlich strukturierte sowie sprachlich korrekte Beschreibung von Funktionsverläufen, Deutung mathematischer Eigenschaften, Interpretation von Modellen in fachlichen Kontexten, sprachliche Reflexion der Aussagekraft von Modellen, Dokumentation von Lösungswegen in nachvollziehbaren Rechenschritten, schlüssiger Vergleich und Verknüpfung verschiedener Darstellungsformen sowie nachvollziehbare Begründung und Erläuterung von Ergebnissen unter Verwendung angemessener Fachsprache und mathematischer Symbolik

Werte- und Demokratiebildung: kritische Reflexion von Prognosemodellen; Diskussion über Kosten- oder Belastungskurven als Polynommodelle; Gruppenberatungen über

Modellgrenzen und mögliche Fehlinterpretationen; Reflexion darüber, wie solche Modelle politische Entscheidungen beeinflussen können

Digitalität: Nutzung digitaler Werkzeuge zur Visualisierung und Lösung; Nutzung von CAS oder Software zur Faktorisierung und Graphendarstellung von Polynomfunktionen; Erstellen digitaler Vergleichstabellen: manuelle Überlegungen versus CAS-Ausgabe; Betrachten und Kommentieren von Simulationen von Polynomverläufen in technischen Anwendungen

Umweltbildung und Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE): Simulation von Wachstums- und Anpassungsprozessen; Modellieren von Belastungskurven und Diskussion von Spitzenlasten; Annäherung nichtlinearer Zusammenhänge durch ganzrationale Funktionen; Untersuchung von Emissions- oder Kostenverläufen über die Lebensdauer eines Produkts mithilfe von Polynomen

Verknüpfung mit den Fachbereichen

Gestaltung: Analyse von Nullstellen zur Gestaltung von Kurvenverläufen; Nutzung der Symmetrieeigenschaften für ausgewogene Designs; Untersuchung des Verhaltens im Unendlichen zur Planung von Grafikelementen

Technik: Bestimmung von Nullstellen für die Berechnung von Schnittpunkten und Grenzwerten technischer Systeme; Verwendung von Symmetrieeigenschaften zur Vereinfachung von technischen Modellen; Analyse des Verhaltens im Unendlichen bei Regelungs- und Steuerungsprozessen

Wirtschaft: Nutzung von Nullstellen zur Ermittlung von wirtschaftlichen Kennziffern, beispielsweise Break-even-Point; Anwendung von Symmetrie zur Prognose wirtschaftlicher Trends; Untersuchung des Grenzverhaltens von Kosten- und Erlösfunktionen zur Entscheidungsfindung

Sozialwesen: Interpretation von Nullstellen bei der Analyse sozialer Daten; Anwendung von Symmetrieprinzipien bei der Modellierung sozialer Prozesse; Nutzung des Grenzverhaltens zur Einschätzung langfristiger Entwicklungen

Themenfeld 8: Wachstum und Zerfall

Zeitrichtwert: 30 – 50 Wochenstunden

Themenfeldbeschreibung:

Das Themenfeld behandelt unterschiedliche Arten von Veränderungsprozessen im Zeitverlauf. Im Mittelpunkt stehen vor allem lineare und exponentielle Wachstums- und Zerfallsmodelle; je nach Fachbereich und Stundenumfang können auch beschränktes beziehungsweise logistisches Wachstum einbezogen werden. Die Studierenden lernen, typische Verläufe zu erkennen, geeignete Funktionen, zuzuordnen und die Bedeutung zentraler Parameter wie Anfangswert und Wachstums- beziehungsweise Zerfallsfaktor zu deuten.

Anhand ausgewählter Beispiele aus Naturwissenschaften, Technik, Sozialwesen oder Wirtschaft wird deutlich, wie eng diese Modelle mit realen Prozessen verknüpft sind. Typische Kontexte sind etwa Populationsentwicklung, radioaktiver Zerfall, Abkühlungsprozesse, Medikamentenspiegel im Blut, Zinseszins, Kunden- oder Nutzerzahlen. Die Studierenden formulieren aus solchen Situationen geeignete Wachstums- oder Zerfallsmodelle, berechnen Funktionswerte, erstellen Tabellen und Graphen und interpretieren die Ergebnisse im jeweiligen Kontext.

Im Unterricht wechseln die Lernenden zwischen verschiedenen Darstellungsformen. Sie beschreiben Prozesse in Worten, stellen Daten tabellarisch zusammen, tragen sie in Koordinatensysteme ein und fassen sie in Funktionsgleichungen. Sie lösen einfache Gleichungen, um Zeitpunkte oder Grenzwerte zu bestimmen, und setzen digitale Werkzeuge zur Berechnung und Darstellung ein, ohne den funktionalen Zusammenhang aus dem Blick zu verlieren.

Das Themenfeld fördert damit sowohl das Verständnis funktionaler Zusammenhänge als auch die Fähigkeit, mathematische Modelle zur Bearbeitung praxisnaher Fragestellungen einzusetzen. Die Studierenden üben, ihre Vorgehensweisen nachvollziehbar zu begründen, Ergebnisse in verständlicher Fachsprache darzustellen und die Aussagekraft der Modelle zu reflektieren. Wachstum und Zerfall bildet so eine wichtige Brücke zwischen der Mathematik und ihrer Anforderungen in naturwissenschaftlichen, technischen oder wirtschaftlichen Kontexten.

Mögliche grundlegende Inhalte

- Exponentialfunktion (allgemeine Funktionsgleichung, die natürliche Exponentialfunktion, Aufstellen und Lösen von Exponentialgleichungen)
- verschiedene Wachstumsprozesse (Unterschiede linearer, quadratischer und exponentieller Wachstums- und Zerfallsprozesse, Prognose und Gütebetrachtung)
- Anwendung der Exponentialfunktion (Modellieren von exponentiellem Wachstum und Zerfall, Verdopplungs- und Halbwertszeit)

Mögliche erweiterte Inhalte

- Anwendung der Exponentialfunktion (begrenztes und logistisches Wachstum, mathematische Modellierung und Analyse nachhaltiger Prozesse)

Verknüpfungen mit den Aufgabengebieten:

Bildungssprache Deutsch: fachsprachliche Beschreibung von Wachstumsprozessen; Verfassen von Kurzberichten zu Modellrechnungen; sprachlich korrekte Formulierung von Textaufgaben zu Wachstumsprozessen; Darstellung und Interpretation von Wachstums- und Zerfallsmodellen in Tabellen, Graphen und Texten unter Verwendung der Fachsprache, fachsprachliche Beschreibung, Darstellung und Übersetzung von Prozessen in verschiedenen Darstellungsformen; schlüssige Begründung von Vorgehensweisen, fachsprachliche Darstellung von Ergebnissen; Reflexion der Aussagekraft mathematischer Modelle

Werte- und Demokratiebildung: Entwickeln des Bewusstseins für ökonomische und ökologische Folgen von Wachstum; Diskussion über Wachstumsmodelle zu Klima, Ressourcen oder Verschuldung und Beleuchtung deren gesellschaftliche Bedeutung; Führen von Kontroversen anhand einfacher Modelle; Führen von Rollenspielen, um unterschiedliche Positionen mit Zahlenbezug zu vertreten

Digitalität: Nutzung von Simulationen und Visualisierungstools; Nutzung von Simulationstools für exponentielle Prozesse und digitales Variieren der Parameter; Sichern von Daten und Graphen in einer digitalen Dokumentation mit Screenshots und Erläuterungen; Einbinden und Reflektieren von Online-Material zu Wachstumsmodellen

Umweltbildung und Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE): Analyse nachhaltiger Umweltdaten und Ressourcenentwicklung; Nutzen von exponentiellen Modellen für Ressourcenverbrauch oder Abfallmengen und Reflexion ihrer Tragweite; Nutzen von Zerfallsmodellen für Schadstoffe oder radioaktive Stoffe und Diskussion über deren Bedeutung für Endlager/Sicherheit; Betrachtung von Populationswachstum und Diskussion nachhaltiger Nutzung

Verknüpfung mit den Fachbereichen

Gestaltung: Modellierung von Wachstumsprozessen in der Natur oder bei Materialeigenschaften; Nutzung exponentieller Funktionen zur Simulation von Farbveränderungen oder Designalterung

Technik: Berechnung technischer Zerfallsprozesse, beispielsweise bei Radioaktivität; Anwendung exponentieller Formeln in Elektronik und Steuerungssystemen

Wirtschaft: Modellierung von Kundenverhalten; Argumentieren bei Wachstums- und Rückgangsprozessen in Märkten; Analyse wirtschaftlicher Prognosen mittels exponentiellen und logistischen Wachstums

Sozialwesen: Analyse von Bevölkerungs- oder Krankheitsverläufen mittels exponentiellen und logistischen Wachstums; Beschreibung sozialer Entwicklungsprozesse mit beschränktem Wachstum

Themenfeld 9: Lineare Algebra und analytische Geometrie**Zeitrichtwert:** 30 – 50 Wochenstunden**Themenfeldbeschreibung:**

Das Themenfeld führt die Studierenden in grundlegende Methoden zur Beschreibung und Analyse von Situationen im dreidimensionalen Raum ein. Zentrale Werkzeuge sind dabei Vektoren und lineare Gleichungssysteme, mit denen Richtungen, Lagen und Abstände präzise erfasst werden können. Vektoren werden als Verschiebungen im Raum interpretiert. Die Studierenden führen Grundoperationen wie Addition, Subtraktion, Multiplikation mit Skalaren und je nach Stundenumfang das Skalarprodukt durch und nutzen diese, um Längen, Winkel und orthogonale Verhältnisse zu bestimmen.

Ein Fokus liegt auf der analytischen Beschreibung von Geraden und Ebenen. Punkte, Geraden und Ebenen werden durch Koordinaten und Gleichungen dargestellt, sodass geometrische Fragestellungen wie beispielsweise „Schneiden sich zwei Geraden?“ oder „Liegt ein Punkt in einer Ebene?“ mit algebraischen Mitteln bearbeitet werden können. Die Studierenden formulieren entsprechende Gleichungssysteme, lösen diese und interpretieren die Lösungen geometrisch. Dadurch wird die enge Verknüpfung von algebraischer Rechnung und räumlicher Anschauung erfahrbar.

Die Bezüge zu Naturwissenschaften und Technik sind vielfältig. Vektoren und Koordinaten werden etwa zur Beschreibung von Kräften, Geschwindigkeiten, Trajektorien, Bauteilen, Gebäuden oder Geländeprofilen genutzt. In technischen, gestalterischen oder naturwissenschaftlichen Projekten können Geraden und Ebenen Modelle für Lichtverhältnisse, Trassenführungen, Schnittkanten oder Sichtlinien darstellen. Die Studierenden lernen, fachrichtungsbezogene Aufgabenstellungen in Koordinaten- und Vektorform zu übersetzen, geeignete Methoden auszuwählen und Ergebnisse im fachlichen Kontext zu deuten.

Im Arbeitsprozess trainieren sie eine klare mathematische Fachsprache und Symbolik. Vektoren, Punkte und Gleichungen werden eindeutig notiert, Rechenschritte strukturiert dokumentiert und Ergebnisse verbal beschrieben. Das Themenfeld stärkt damit das räumliche Vorstellungsvermögen, die Fähigkeit zu folgerichtigem, analytischem Denken und

den systematischen Umgang mit komplexeren räumlichen Problemstellungen, wie sie in vielen naturwissenschaftlichen und technischen Berufsfeldern der Fachschule auftreten.

Mögliche grundlegende Inhalte

- lineare Gleichungssysteme (Einsetzungs-, Gleichsetzungs- und Additionsverfahren, Lösbarkeit)
- Punkte und Vektoren im Raum (Darstellung im kartesischen Koordinatensystem, Vektoraddition und Skalarmultiplikation, Skalarprodukt)
- Geraden und Ebenen (Geraden- und Ebenengleichung in Parameterform, Zeichnen im kartesischen Koordinatensystem)
- Lagebeziehungen (Lage zweier Geraden)
- Anwendungen mit Bezug zum Alltag und Beruf

Mögliche erweiterte Inhalte

- lineare Gleichungssysteme (GAUß-Verfahren, verschiedenen Freiheitsgrade)
- Punkte und Vektoren im Raum (lineare Unabhängigkeit, Vektorprodukt)
- Geraden und Ebenen (Ebenengleichung in Koordinaten- oder Normalform)
- Lagebeziehungen (Lage einer Geraden und einer Ebene oder Lage zweier Ebenen)
- Matrizenrechnung (skalare Multiplikation, Matrizenmultiplikation, bestimmen inverser Matrizen, Anwendung als Abbildungs- oder Übergangsmatrix)

Verknüpfungen mit den Aufgabengebieten

Bildungssprache Deutsch: Fachsprachliche Darstellung komplexer Sachverhalte; Beschreibung von Lagebeziehungen in strukturierten Argumenten; sprachliche Begleitung von Rechenschritten bei der Bestimmung von Schnittpunkten und Abständen; fachsprachliche Darstellung komplexer Sachverhalte; sprachlich strukturierte Argumentation zur Beschreibung von Lagebeziehungen; sprachliche Erläuterung von Rechenschritten bei der Bestimmung von Schnittpunkten und Abständen; strukturierte Dokumentation von Rechenschritten und Ergebnissen unter Verwendung fachspezifischer Begriffe

Werte- und Demokratiebildung: Reflexion der Bedeutung präziser Modellierung für gesellschaftliches Handeln; gemeinsame Entwicklung räumlicher Planungsaufgaben und Begründung von Entscheidungen; Diskussion zur Bedeutung von Präzision und Zuverlässigkeit in technischen Berufen; Treffen von Gruppenvereinbarungen zur Verantwortlichkeit bei Konstruktionsfehlern in fiktiven Szenarien

Digitalität: Computergestützte Lösung und Visualisierung; Verwendung von 3D-Tools oder Software zur Darstellung von Geraden/Ebenen; Beschreiben von Screenshots räumlicher Situationen mit erklärenden Texten; Formulieren von digitalen Aufgaben, bei denen Parameter in Vektorgleichungen interaktiv verändert werden

Umweltbildung und Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE): Planung und Modellierung nachhaltiger Strukturen; vektorielle Beschreibung von Hanglagen, Windrichtungen oder Sonneneinstrahlung zur Planung von Wind-Solaranlagen; Berechnung von Sichtachsen und Verschattung, um Mikroklima und Lichtverhältnisse zu optimieren; räumliche Modellierung von Verkehrswegen oder Leitungen unter ökologischen Randbedingungen

Verknüpfung mit den Fachbereichen

Gestaltung: Anwendung der Vektorrechnung zur Modellierung und Visualisierung von 3D-Objekten; Nutzung linearer Gleichungssysteme bei der Planung und Konstruktion von

Gebäuden und Designs; Beschreibung von Lagebeziehungen und Transformationen in Entwurfsprozessen

Technik: Vektorrechnung zur Berechnung von Kräften; Darstellen von Bewegungen und Positionierungen; Lösung linearer Gleichungssysteme bei der Steuerung technischer Anlagen; Analyse von Lagebeziehungen in technischen Konstruktionen

Wirtschaft: Verwendung linearer Gleichungssysteme zur Modellierung wirtschaftlicher Zusammenhänge; Analyse von Optimierungsproblemen; Einsatz analytischer Geometrie bei der Darstellung wirtschaftlicher Daten und Prozesse

Sozialwesen: Einsatz von linearen Gleichungssystemen zur Analyse sozialer Netzwerke und Ressourcenverteilung; Anwendung geometrischer Lagebeziehungen für Raumplanung und sozialräumliche Untersuchungen

Entwurf

Themenfeld 10: Stochastik

Zeitrichtwert: 30 – 50 Wochenstunden

Themenfeldbeschreibung:

Das Themenfeld führt in zentrale Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und des Umgangs mit Zufallsversuchen ein. Die Studierenden lernen, Situationen zu erkennen, in denen Ergebnisse nicht sicher vorhersagbar sind, und diese mithilfe geeigneter Zufallsmodelle zu beschreiben. Ausgehend von einfachen Zufallsexperimenten werden Ereignisse definiert und Wahrscheinlichkeiten nachvollziehbar begründet und berechnet.

Ein Fokus liegt auf der Entwicklung und Nutzung einfacher Wahrscheinlichkeitsmodelle. Die Studierenden stellen mehrstufige Zufallsvorgänge dar, lesen aus diesen Darstellungen Wahrscheinlichkeiten ab und führen einfache Berechnungen durch. Sie vergleichen Modellannahmen wie gleichwahrscheinliche Ergebnisse mit der empirischen Häufigkeit und reflektieren, inwieweit ein Modell die beobachtete Realität angemessen abbildet.

Im Unterricht arbeiten sie mit unterschiedlichen Darstellungsformen wie Tabellen, Diagrammen und einfachen Verteilungen und nutzen eine eindeutige symbolische Notation zur Beschreibung stochastischer Sachverhalte. Sie berechnen Wahrscheinlichkeiten, interpretieren diese im Kontext und vergleichen unterschiedliche Szenarien, um Risiken, Chancen oder erwartbare Ergebnisse abzuschätzen.

Durch die Bearbeitung von Aufgaben der verschiedenen Fachbereiche entwickeln die Studierenden ein grundlegendes Verständnis für Zufallsprozesse, lernen Unsicherheiten systematisch zu erfassen und mit geeigneten Methoden zu bearbeiten. Sie üben, ihre Überlegungen zu Wahrscheinlichkeiten und Risiken nachvollziehbar zu begründen und in verständlicher Fachsprache zu kommunizieren. Damit leistet das Themenfeld einen wichtigen Beitrag zu einem reflektierten, daten- und risikobewussten Handeln in naturwissenschaftlichen, technischen, wirtschaftlichen und sozialen Berufsfeldern.

Mögliche grundlegende Inhalte

- Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung (Zufallsexperiment, Ergebnis, Ereignis, Definition der Wahrscheinlichkeiten, Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten)
- mehrstufige Zufallsexperimente (Pfadregeln, Baumdiagramm, Vierfeldertafel, bedingte Wahrscheinlichkeiten, Satz von BAYES, stochastische Abhängigkeit und Unabhängigkeit)
- LAPLACE-Wahrscheinlichkeiten (Kombinatorik, Binomialkoeffizient)
- BERNOULLI-Experiment (Definition, Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung, Kenngrößen, Berechnung von Punkt- und kumulierten Binomialwahrscheinlichkeiten)
- Hypothesentests (Alternativtest, Entscheidungsregeln, Fehler erster und zweiter Art)

Erweiterte Inhalte

- normalverteilte Zufallsgrößen
- Hypothesentests (einseitiger und zweiseitiger Signifikanztest)
- Operationscharakteristik

Verknüpfungen mit den Aufgabengebieten

Bildungssprache Deutsch: verständliche Erläuterung und fachsprachliche Diskussion von Wahrscheinlichkeiten; exakte Beschreibung von Zufallsexperimenten und Ereignissen unter Verwendung korrekter Fachbegriffe; sprachlich kohärente Erklärung der Unterschiede zwischen theoretischer Wahrscheinlichkeit und relativer Häufigkeit; schriftliche Darstellung begründeter Argumente zu fairen Spielen; Begründung und fachsprachliche Kommunikation von Überlegungen zu Wahrscheinlichkeiten und Risiken; strukturierte Dokumentation und reflektierte sprachliche Argumentation stochastischer Sachverhalte

Werte- und Demokratiebildung: verantwortungsvoller Umgang mit Unsicherheiten; kritische Diskussion über Risikoangaben zu Gesundheit, Umwelt oder Finanzen in Medien; Betrachtung von Glücksspiel- und Lotteriemodellen unter dem Aspekt Fairness

Digitalität: Einsatz stochastischer Simulationen und digitaler Analyse-Tools; Durchführung von Simulationen mit Apps/Programmen und Protokollieren von Ergebnissen; Erstellung und Kommentieren von digitalen Diagrammen für relative Häufigkeiten; Verwendung von Online-Tools zum Umgang mit Binomialverteilungen und Dokumentation von Parameterstudien

Umweltbildung und Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE): Risikoabschätzung bei Umwelt- und Finanzentscheidungen; Modellierung von Extremwetter Ereignissen und Diskussion von Risiken; Nutzen von Wahrscheinlichkeitsmodellen zur Einschätzung von Ausfallrisiken; Analyse von Umfragedaten zu Einstellungen gegenüber Klimaschutz und nachhaltigem Konsum mit einfachen Test-Entscheidungsszenarien

Verknüpfung mit den Fachbereichen

Gestaltung: Analyse von Zufallsprozessen in Design und Gestaltung; Bewertung von Unsicherheiten bei Materialeigenschaften oder Produktionsprozessen; Nutzung einfacher Wahrscheinlichkeitsmodelle für Qualitätskontrolle

Technik: Anwendung von Wahrscheinlichkeitsrechnung bei Fehleranalysen und Ausfallrisiken technischer Systeme; Nutzung von Zufallsmodellen zur Simulation technischer Prozesse; Bewertung von Messungen mit Unsicherheiten

Wirtschaft: Durchführung von Kundenanalyse und Marktprognosen basierend auf Wahrscheinlichkeiten; Risikoabschätzung in Finanz- und Geschäftsmodellen; Nutzung stochastischer Prozesse zur Optimierung von Entscheidungsstrategien

Sozialwesen: Planung und Bewertung sozialer Einrichtungen mithilfe stochastischer Modelle; Analyse von Umfrageergebnissen und deren Wahrscheinlichkeiten; Modellierung sozialer Verteilungen und Unsicherheiten

Themenfeld 11: Differentialrechnung**Zeitrichtwert:** 40 – 60 Wochenstunden**Themenfeldbeschreibung:**

Das Themenfeld führt den Begriff der Ableitung als Maß für die lokale Änderungsrate einer Funktion ein. Ausgehend von Sekantensteigungen und Differenzenquotienten wird anschaulich entwickelt, wie sich die Steigung „im Punkt“ als Grenzfall ergibt und als Tangentensteigung am Funktionsgraphen interpretiert werden kann. Die Studierenden lernen, die Ableitung sowohl als Zahl als auch als neue Funktion zu verstehen, die das Änderungsverhalten der Ausgangsfunktion beschreibt.

Zur Berechnung von Ableitungen werden grundlegende Ableitungsregeln eingeführt. Die Studierenden wenden diese Regeln auf typische elementare Funktionen an und trainieren einen sicheren symbolisch formalen Umgang mit Ableitungsnotation und Rechenverfahren. Dabei nutzen sie auch Tabellen und Graphen, um den Zusammenhang zwischen Funktionsverlauf und Ableitungsfunktion zu veranschaulichen.

Ein zentraler Anwendungsbereich ist die Kurvendiskussion. Die Studierenden nutzen die Ableitung, um Extremstellen, Monotonieintervalle, Wendepunkte und das qualitative Verhalten von Funktionsgraphen zu untersuchen. Graphische Darstellungen unterstützen die Analyse und dienen der Überprüfung der rechnerischen Ergebnisse.

Differentialrechnung hat enge Bezüge zu Naturwissenschaften, Technik und Wirtschaft. Änderungsraten beschreiben beispielsweise Geschwindigkeiten und Beschleunigungen in der Physik, Konzentrationsänderungen in der Chemie oder Medizin, Leistungs- und Wirkungsgrade in technischen Prozessen oder Grenzerträge und Grenzkosten in ökonomischen Modellen. An solchen Beispielen erleben die Studierenden, dass klare Begriffe, folgerichtige Gedankenführung und systematisches Vorgehen Kennzeichen des mathematischen, naturwissenschaftlichen und technischen Arbeitens sind und dass die Ableitung ein zentrales Werkzeug zur Beschreibung dynamischer Vorgänge darstellt.

Im Unterricht wechseln sie zwischen symbolischen Darstellungen, Tabellenwerten und Graphen, formulieren einfache Modellfunktionen für reale Prozesse und nutzen die Differentialrechnung zur Auswertung und Interpretation. Sie dokumentieren ihre

Vorgehensweise nachvollziehbar und erläutern Ergebnisse in angemessener Fachsprache. Das Themenfeld stärkt damit das Verständnis für zeitliche und funktionale Veränderungen und unterstützt die Fähigkeit, praxisrelevante Probleme mithilfe mathematischer Modelle zu analysieren und zu lösen.

Mögliche grundlegende Inhalte

- Ableitungsbegriff (Sekante und Tangentensteigung, lokale Änderungsrate und Tangentenanstieg, graphisches Differenzieren, Übergang von Differenzquotienten zum Differenzialquotienten auf der Basis eines propädeutischen Grenzwertbegriffs, Aufstellen von Tangentengleichung)
- Zusammenhang von Ableitungs- und Funktionsgraphen (graphisches Ableiten, Zuordnung)
- Ableitungsregeln (Potenz-, Faktor-, Summenregel)
- Untersuchung von Funktionsgraphen (Extrempunkte, Wendepunkte, Sattelpunkte)
- Anwendungen (Kurvendiskussionen, beruflicher Kontext)

Mögliche erweiterte Inhalte

- Herleitung der Ableitungsfunktion mittels h-Methode
- Lösen innermathematischer und realitätsbezogener Extremalprobleme
- Rekonstruktionsaufgaben
- Modellieren von Sachzusammenhängen unter Verwendung von Begriffen wie beispielsweise Extrem- und Wendestellen
- Funktionsscharuntersuchung
- Weitere Ableitungsregel (Produktregel, Quotientenregel, Kettenregel)

Verknüpfungen mit den Aufgabengebieten

Bildungssprache Deutsch: fachlich präzise Dokumentation mathematischer Analysen; schriftliche Deutung der Bedeutung der Ableitung in Kontextaufgaben; Darstellung von Kurvendiskussionsergebnissen in einem zusammenhängenden Text unter Verwendung der Fachsprache; Formulieren von begründeten Aussagen zu Monotonie und Extremstellen; fachsprachliche Erläuterung und Darstellung von Ergebnissen

Werte- und Demokratiebildung: Analyse von Veränderungsprozessen im sozialen und wirtschaftlichen Bereich; Bearbeitung von Optimierungsaufgaben zu ökonomischen oder ökologischen Themen; Diskussion, welche „Optima“ gesellschaftlich sinnvoll sind; Reflexion, wie mathematische Optimierungen politische Entscheidungen stützen oder einseitig machen können

Digitalität: Verwendung digitaler Tools zur Berechnung und Visualisierung; Nutzung dynamischer Visualisierung von Funktion und Ableitung und Dokumentation von Beobachtungen; Einsatz von CAS zum Ableiten und Vergleich mit händisch bestimmten Ableitungen; Nutzung digitale Experimentierumgebungen, um den Einfluss von Parametern auf Extremstellen zu untersuchen

Umweltbildung und Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE): Beschreibung und Optimierung von natürlichen Wachstumsprozessen; Untersuchung der Änderungsraten von Temperatur, Emissions-Konzentration oder Wasserstand in einfachen Modellfunktionen; Modellierung von Optimierungsaufgaben zu minimalem Material- oder Energieeinsatz; Interpretation von Wachstums- oder Zerfallsgeschwindigkeiten in Umweltprozessen

Verknüpfung mit den Fachbereichen

Gestaltung: Anwendung der Differentialrechnung bei der Optimierung von Designparametern; Analyse von Kurvenverläufen zur Verbesserung von Form und Funktion; Lösung von Extremwertproblemen in Entwurfs- und Produktionsprozessen

Technik: Nutzung der Differentialrechnung zur Beschreibung und Steuerung technischer Prozesse; Berechnung von Geschwindigkeiten und Beschleunigungen; Lösung von Extremwertproblemen in der Konstruktion und Fertigung

Wirtschaft: Anwendung der Differentialrechnung zur Analyse von Kosten-, Gewinn- und Erlösfunktionen; Optimierung betriebswirtschaftlicher Abläufe; Berechnung optimaler Produktionsmengen mittels Kurvendiskussion

Sozialwesen: Einsatz von Differentialrechnung bei der Analyse sozialwissenschaftlicher Daten und Entwicklungen; Modellierung von Änderungsraten in Bevölkerungsstudien oder sozialwirtschaftlichen Vorgängen

Entwurf

Themenfeld 12: Integralrechnung

Zeitrictwert: 20 – 40 Wochenstunden

Themenfelddbeschreibung:

Das Themenfeld ergänzt die Differentialrechnung und betrachtet Größen, die sich über ein Intervall aufsummieren. Ausgangspunkt ist die Idee, Flächeninhalte unter Funktionsgraphen näherungsweise durch Streifen zu bestimmen und diesen Grenzübergang zum bestimmten Integral weiterzuentwickeln. Die Studierenden lernen, dass das bestimmte Integral einer Funktion auf einem Intervall als Maß für den orientierten Flächeninhalt zwischen Graph und x-Achse verstanden werden kann und dass Integrationsgrenzen dabei den betrachteten Abschnitt festlegen.

Darauf aufbauend wird das unbestimmte Integral als Menge der Stammfunktionen einer gegebenen Funktion eingeführt. Die Studierenden erkennen den Zusammenhang zwischen Ableitung und Stammfunktion und nutzen einfache Integrationsregeln, um Stammfunktionen zu bestimmen. Mithilfe des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung können aus Stammfunktionen bestimmte Integrale berechnet und so Flächeninhalte effizient ermittelt werden.

Je nach Fachbereich und Stundenumfang können Anwendungen erweitert werden, beispielsweise um die Berechnung von Flächen zwischen zwei Graphen oder von Volumina einfacher Rotationskörper. Dabei wird der Einfluss von Integrationsgrenzen thematisiert und verdeutlicht, wie sich Änderungen dieser Grenzen auf den berechneten Bestand auswirken.

Integralrechnung besitzt enge Bezüge zu Naturwissenschaften, Technik und Wirtschaft. In physikalischen und technischen Kontexten kann das Integral etwa zur Berechnung von Arbeit, Energie, Durchflussmengen oder Stoffmengen dienen, in wirtschaftlichen Zusammenhängen zur Bestimmung von Gesamtkosten oder -erträgen über einen Zeitraum. So wird der Zusammenhang zwischen Änderungsraten, der Ableitung, und akkumulierten Größen, dem Integral, anschaulich erfahrbar.

Die Studierenden arbeiten mit symbolischen Darstellungen, Tabellen und Graphen. Sie stellen Funktionen und Integrationsbereiche im Koordinatensystem dar, wählen geeignete Integrationsgrenzen, berechnen Integrale und interpretieren die Ergebnisse im jeweiligen

Kontext. Rechenschritte werden nachvollziehbar dokumentiert. Fachbegriffe wie „Stammfunktion“ oder „bestimmtes Integral“ werden korrekt verwendet. Das Themenfeld stärkt somit das Verständnis für funktionale Zusammenhänge.

Mögliche grundlegende Inhalte

- algebraische Bestimmung geradlinig begrenzter Flächen, Flächenapproximation krummlinig begrenzter Flächen
- Flächeninhaltsfunktion und Stammfunktion
- einfache Integrationsregeln (Faktor- und Summenregel, Intervalladditivität)
- bestimmte Integrale (Definition, Eigenschaften)
- Berechnung von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse
- bestimmte Integrale als rekonstruierter Bestand
- Anwendungen der Integralrechnung im beruflichen Kontext

Mögliche erweiterte Inhalte

- Flächen zwischen Funktionsgraphen
- Volumenberechnung von Rotationskörpern
- näherungsweise Berechnung der Stammfunktion, auch mit digitalen Hilfsmitteln
- Anwendungen in Technik, Wirtschaft und Naturwissenschaften

Verknüpfungen mit den Aufgabengebieten

Bildungssprache Deutsch: klare fachsprachliche Darstellung integraler Lösungsprozesse; sprachlich präzise Erklärung des Integrals als Bestandsgröße; verständliche Beschreibung der Ergebnisse von Flächenberechnungen in Kontexten; Verfassen von Kurztexten bei anwendungsbezogenen Aufgabenstellungen

Werte- und Demokratiebildung: Klärung der Bedeutung genauer Berechnungen für verantwortliches Handeln; Nutzung von Integralen zur Berechnung von Gesamtenergieverbrauch oder Emissionsmengen und Diskussion über Konsequenzen; Entwickeln von Szenarien, in denen kumulierte Größen für Entscheidungen relevant sind; Führen von Gesprächen, wie verlässliche quantitative Analysen Grundlage für faire und langfristig verantwortliche Politik sind

Digitalität: softwareunterstützte Flächen- und Volumenberechnung; Nutzung von digitalen Tools zur Flächenberechnung unter Graphen und Dokumentation von Zwischenschritten; Testen von numerischen Verfahren mithilfe von Software und Vergleich mit handschriftlichen Näherungen; Einsatz von Visualisierungen in Lernplattformen, bei denen Summen von Rechtecken in ein Integral übergehen

Umweltbildung und Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE): Berechnung von Ressourcenvolumina und Flächen für nachhaltige Entwicklung; Modellieren von Gesamtenergieverbrauch, Gesamtemissionen oder Gesamtwasserabfluss über einen Zeitraum als Integrale; Interpretation von Flächen unter Belastungskurven als Maß für Gesamtbelastungen; Berechnung kumulierter Stoffmengen in einem Gebiet und Diskussion von Grenzwerten und Schutzmaßnahmen

Verknüpfung mit den Fachbereichen

Gestaltung: Berechnung von Flächeninhalten und Volumina bei der Planung und Gestaltung von Objekten; Anwendung von Integralen zur Ermittlung von Materialmengen und Formflächen

Technik: Berechnung von Volumen und Flächen in technischen Bauteilen; Anwendung bestimmter Integrale zur Analyse von technischen Systemen; Ermittlung von Änderungsraten und Beständen in Steuerungsprozessen

Wirtschaft: Einsatz der Integralrechnung zur Ermittlung von Kosten- und Ertragsflächen; Analyse von Lagerbeständen und Produktionsmengen über ein Zeitintervall; Optimierung von wirtschaftlichen Prozessen durch Integralberechnung

Sozialwesen: Nutzung der Integralrechnung zur Analyse von Bestandsänderungen, beispielsweise in Bevölkerungsstatistiken oder Ressourcenverbrauch; Modellierung und Bewertung sozialer Prozesse über ein Zeitintervall

Entwurf